

FEDERICO PARÍS CARBALLO

CONTRIBUCIONES DE LA MECÁNICA ESTRUCTURAL AL CONOCIMIENTO

Lección inaugural leída en la solemne apertura
del curso académico 2024-2025
en la Universidad de Sevilla



Contribuciones de
la mecánica estructural
al conocimiento

Federico París Carballo

Contribuciones de la mecánica estructural al conocimiento

Lección inaugural leída en la solemne apertura
del curso académico 2024-2025
en la Universidad de Sevilla

 EDITORIAL
UNIVERSIDAD DE SEVILLA

Sevilla 2024

Colección: Textos institucionales

Núm.: 118

Reservados todos los derechos. Ni la totalidad ni parte de este libro puede reproducirse o transmitirse por ningún procedimiento electrónico o mecánico, incluyendo fotocopia, grabación magnética o cualquier almacenamiento de información y sistema de recuperación, sin permiso escrito de la Editorial Universidad de Sevilla.

Pese a que el manual de estilo de la EUS está en consonancia con las reglas ortográficas dictadas por la RAE en el año 2010, en la presente lección, por deseo expreso del autor se han empleado mayúsculas en los nombres de las disciplinas y las teorías que se mencionan.

© Editorial Universidad de Sevilla 2024

Porvenir, 27 - 41013 Sevilla.

Tlfs.: 954 487 447; 954 487 451; Fax: 954 487 443

Correo electrónico: info-eus@us.es

Web: <https://editorial.us.es>

© Federico París Carballo 2024

Maquetación y realización electrónica:

Editorial Universidad de Sevilla

A mis profesores, a mis alumnos

Contenido

Los orígenes	13
El momento álgido.....	39
Las dificultades.....	53
El momento actual y el futuro	73
Agradecimientos	93
Referencias	95

*Sr. Rector Magnífico de la Universidad de Sevilla,
autoridades,
claustro de profesorado,
personal técnico, de gestión y de administración y servicios,
alumnado,
señoras y señores:*

Los orígenes

Las construcciones han representado un signo del conocimiento alcanzado, desde su origen, por el ser humano. Todas las civilizaciones han dejado muestras de su capacidad de hacer grandes obras (pirámides, acueductos, templos, catedrales, etc.) con el objetivo fundamental de perpetuarse en el tiempo.

Las construcciones mencionadas anteriormente, entre muchas otras, se basaban en el concepto de sólido rígido, siendo el principal objetivo el de llevar al terreno las cargas que la construcción debía soportar en base a conceptos de mecánica. Hay un instante disruptivo en la historia de la humanidad en el que se pasa a construcciones, al principio muy elementales (vigas y pórticos), en las que se entrevé la capacidad de un material, y de una estructura, de soportar cargas

deformándose interiormente, es decir, cambiando las posiciones relativas entre los puntos del sólido, lo que conocemos como sólido deformable.

Dado que muchos de los conocimientos que se generaron en la primera época de desarrollo de la disciplina que nos ocupa no fueron compartidos a través de libros, sino por medio de lecciones impartidas oralmente o a través de comunicaciones a academias científicas, se referencian aquí con carácter general los textos de Timoshenko[1], Todhunter y Pearson[2] y Charlton[3], que recogen una visión histórica del nacimiento de nuestra disciplina hasta el período en que se pueden encontrar las referencias habituales actuales.

Como en muchos otros aspectos, el primer nombre que viene a la cabeza en el contexto de estas reflexiones es el de Leonardo da Vinci (1452-1519). Pintor, escultor, arquitecto, ingeniero, científico, médico (todo ello en el contexto de la época en que vivió), Leonardo introdujo la importancia de las matemáticas en el campo aquí objeto de estudio: «La mecánica es el paraíso de la ciencia matemática porque es en la mecánica donde se ven los frutos de la aplicación de la matemática». Leonardo no escribió libros, pero dejó múltiples notas escritas que permiten entrever su preocupación por problemas de interés y su clarividencia en el análisis de los resultados que iba encontrando.

Leonardo abordó muchos problemas de lo que podríamos llamar Resistencia de Materiales, como el ensayo de

tracción de varillas metálicas recogido en *Ensayo de la resistencia de cables metálicos de varias longitudes*, donde pone de manifiesto el «efecto tamaño», que posteriormente jugaría un papel fundamental en el comportamiento a rotura de un material. En esto, y en múltiples diseños sobre máquinas y dispositivos (figura 1), quedaban explícitos el conocimiento que tenía Leonardo acerca del sólido deformable con capacidad para almacenar energía de deformación y el uso que hacía de este conocimiento.

Leonardo también se ocupó de la resistencia de vigas, estableciendo que «en una viga en voladizo de sección constante la sección del empotramiento es la más flectada». Más allá del significado que puede tener esta frase, leída desde el conocimiento actual, se cita aquí con literalidad porque en ella se usa la palabra *flectar*, que puede implicar ya un conocimiento cierto sobre el comportamiento de un sólido como deformable. Sin embargo, Leonardo, pese al uso generalizado de efectos perfectamente identificables como propios de los sólidos deformables, como arcos y ballestas, entre otras aplicaciones, no propondría ninguna ley asociada con esta forma de trabajo de un sólido.

Hay que buscar en otra de las mentes más preclaras de la historia de la humanidad, Galileo (1564-1642), para encontrar la materialización de las primeras ideas asociadas al sólido deformable. Galileo pasa sus primeros años entre Pisa y Florencia, trasladándose en 1592 a Padua para ocupar una plaza

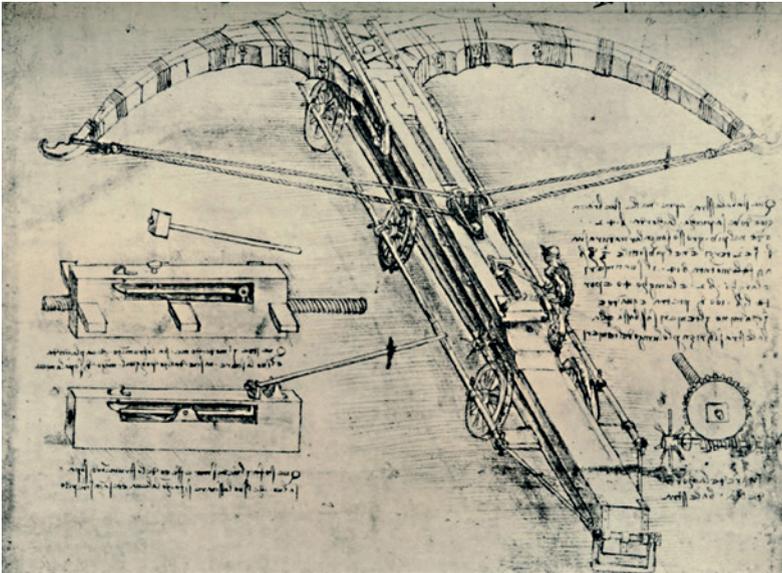


Figura 1. Esquemas de máquinas diseñadas por Leonardo da Vinci, donde estaba explícito el concepto de sólido deformable. Arriba: ballesta gigante. Abajo: catapulta de artillería

de profesor en la universidad. Sus clases, tanto por su conocimiento como por su elocuencia y elegancia en la dicción, encontraron una gran acogida entre los estudiantes, lo que hizo necesaria la preparación de aulas capaces de albergar a los 2000 alumnos que acudían a sus lecciones. Durante su estancia en Padua, Galileo siguió con interés sus estudios en mecánica (publicando su libro *Della scienza meccanica*) y se fue involucrando cada vez más en sus estudios de astronomía, para los que adoptó el modelo copernicano, lo que le valió, como es bien sabido, pasar los siete últimos años de su vida en Arcetri en completa reclusión. Durante ese tiempo Galileo escribió su famoso tratado sobre *Dos nuevas ciencias* (figura 2), publicado en 1638, y que daría comienzo a la historia de la Mecánica del Sólido Deformable.

Galileo comenzó estudiando la resistencia de los materiales sometidos a tracción simple (figura 3), concluyendo que «la resistencia de la barra era proporcional a su sección transversal e independiente de su longitud».

A raíz de lo observado en este problema (a tracción o compresión), Galileo concluyó que «si hiciéramos estructuras geoméricamente similares, al aumentar las dimensiones las estructuras se harían cada vez más débiles».

Galileo extendió su estudio a una barra, pero ahora ante cargas de flexión, lo que hemos conocido como una viga cantiléver, representada por la icónica configuración que aparece en la figura 4.

DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,
intorno à due nuoue scienze

Attenti alla
MECANICA & i MOVIMENTI LOCALI,
del Signor

GALILEO GALILEI LINCEO,
Filosofo e Matematico primario del Serenissimo
Grand Duca di Toscana.

Con una Appendice del centro di gravità d'alcuni Solidi.



IN LEIDA,
Appresso gli Elsevirii. M. D. C. XXXVIII.

Figura 2. Cubierta de la publicación de Galileo *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuoue scienze* (1638)

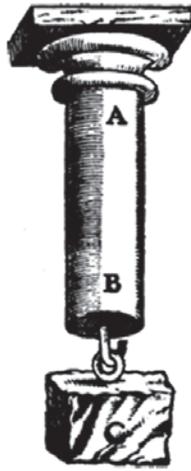


Figura 3. Ilustración de Galileo sobre el ensayo de tracción

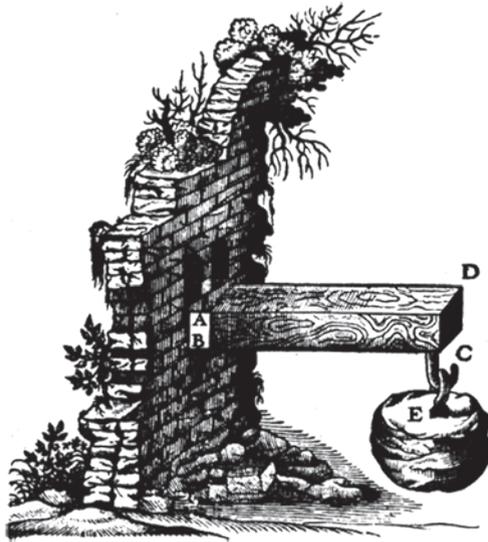


Figura 4. Ilustración de Galileo sobre el ensayo de flexión

De sus estudios sobre este problema Galileo concluyó, entre otras muchas cuestiones, que, dado un prisma con espesor y anchura, siendo la anchura mayor que el espesor, dicho prisma ofrecerá mayor resistencia a rotura cuando descansa sobre la cara que define el espesor que cuando descansa sobre la cara que define la anchura, dejando establecida una definición básica en el entendimiento del funcionamiento de un elemento sometido a flexión. Esta es, aún en nuestros días, una de las primeras ideas que transmitimos a nuestros alumnos que se adentran en la resistencia de materiales.

El trabajo de Galileo se centró en múltiples ensayos, en los que variaba las propiedades geométricas y las cargas, pero aún sin la capacidad de realizar predicciones de comportamiento, lo que necesariamente requería disponer de una ley que reflejara el comportamiento del material. Ello se produjo a través de Robert Hooke (1635-1703).

Hooke nace en la Isla de Wight e ingresa en la Christ Church en Oxford como miembro del coro. Ello le permite continuar sus estudios y entrar en contacto con científicos, demostrando sus habilidades en el campo de la mecánica. Boyle le introduce en la Royal Society como encargado de ensayos, lo que lo llevará a incorporarse, en 1664, al Gresham College como profesor de Geometría.

Hooke viene a esta presentación por introducir la primera versión, que bajo su nombre ha adoptado numerosas formas, de una relación matemática entre las causas del fenómeno

bajo estudio (las cargas externas) y su efecto (los desplazamientos como sólido deformable). Ante el temor de que alguien se apoderara de su descubrimiento, Hooke lo publicó en forma de un famoso anagrama, *ceiinossttuv*, y reveló su significado un par de años más tarde (1678). El anagrama estaba asociado al comportamiento de un elemento prismático sometido a tracción y significa *Ut tensio sic vis*, que puede entenderse de la manera más literal posible: «como la extensión, así la fuerza». Esto, obviamente, está indicando una relación lineal entre la causa (la fuerza aplicada) y el efecto (el alargamiento de la barra). Este efecto puede observarse en un ensayo de tracción. A este respecto, la figura 5 muestra tanto el caso de un acero como de un material compuesto de carbono-epoxy, que presentan un comportamiento elástico lineal, hasta rotura en el caso del material compuesto y hasta el comienzo de la plastificación en el caso de un acero estructural.

Hooke fue coetáneo de Newton (1643-1727) y el hecho de que Newton fuese el primero en concebir una ley de gravitación que explicase el movimiento de los planetas alrededor del Sol, o de los satélites alrededor de otros planetas, es muy discutido. En una reunión celebrada en la Royal Society el 3 de mayo de 1666 Hooke indicó que presentaría una ley universal muy diferente a las anteriores explicaciones y que se basaba en:

- I.- Todos los sólidos tienen una ley gravitacional hacia su propio centro, y también se atraen entre ellos.

- II.- Todos los sólidos que experimenten un movimiento simple lo mantienen, a menos que aparezca alguna fuerza externa.
- III.- La atracción entre sólidos es más intensa a medida que la distancia entre ellos disminuye. En relación a la proporción en que dichas fuerzas disminuyen a medida que la distancia aumenta, yo (decía Hooke) aún no la he descubierto, aunque tengo en marcha experimentos para determinarla. Esto se lo dejo a otros que tienen más tiempo que yo y conocimiento suficiente para desarrollar esta tarea.

La última frase podría tener destinatario, pues la relación entre Hooke y Newton fue intensa y no siempre libre de problemas. En 1679 Hooke escribió a Newton para pedirle su opinión sobre estas teorías (que ya Hooke había publicado). Es decir, fue Hooke quien proporcionó a Newton la idea de una acción a distancia que apareció inmediatamente, sin comentarios a trabajos previos, en todos los trabajos de Newton sobre la ley de la gravitación universal. Newton nunca contestaría a esa carta, aunque reconocería que sus desarrollos descansaban sobre las ideas de Hooke y Descartes. Estas palabras, que pueden ser interpretadas como un reconocimiento de Newton a Hooke (y a Descartes), se contradicen con otros aspectos de su comportamiento, caracterizado, en general, por no realizar un

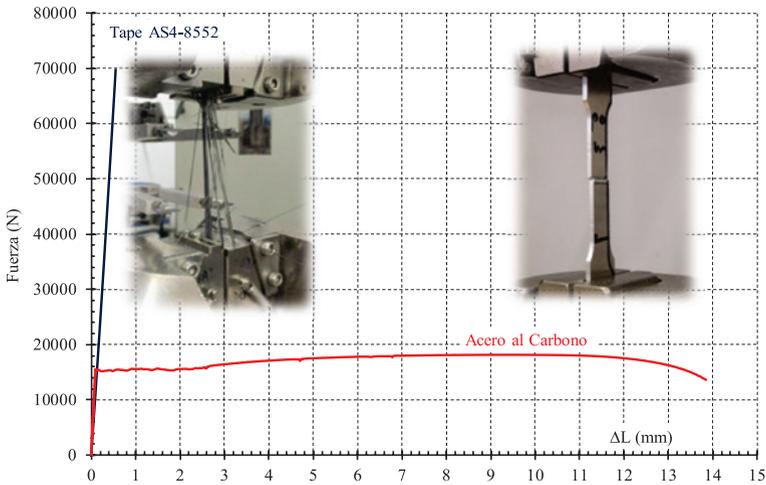


Figura 5. Ensayos de tracción en acero y material compuesto llevados a cabo en el seno del Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales (GERM) de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de la Universidad de Sevilla. Se muestra el resultado del ensayo para probar la relación observada y propuesta por Hooke en la zona de comportamiento elástico-lineal

adecuado reconocimiento a Hooke por la aportación de sus ideas. Una muestra de ello es el hecho de que Newton, cuando fue presidente de la Royal Society (Hooke lo había sido previamente), eliminó supuestamente toda la memoria de Hooke en relación a la institución. La breve incursión histórica llevada a cabo en este contexto persigue, por tanto, resaltar el perfil de una de las personas que realizó una *contribución* significativa al desarrollo del conocimiento de la Mecánica Estructural.

Aunque la limitada extensión de esta lección no permite entrar en grandes detalles, no pueden dejar de mencionarse los trabajos de Bernouilli, Euler, Lagrange o Coulomb, entre muchos otros, con aportaciones significativas a un acervo de conocimientos que tradicionalmente se ha conocido como el ámbito propio de la Resistencia de Materiales.

Tampoco se pueden pasar por alto, en este breve resumen, las aportaciones de Navier (1785-1836), cuyo nombre está asociado a varias cuestiones clave de la materia que nos ocupa y que son identificadas con su nombre por nuestros alumnos. Navier presenta una doble faceta en su actividad: es estudioso de cuestiones básicas de la materia y le interesan al mismo tiempo diferentes aplicaciones ingenieriles, particularmente en puentes (Navier es coetáneo de los primeros puentes metálicos), pero también en arcos, presas, placas y celosías, entre otras aplicaciones.

Navier entra en la École Polytechnique en 1802 y, tras graduarse en ella, ingresa en 1804 en la École de Pont et Chaussées, donde finaliza sus estudios en 1808. Su primer trabajo consistió en terminar un tratado de su tío, Gauthey (famoso ingeniero francés de la época), sobre puentes y canales, con tres volúmenes publicados en 1809, 1813 y 1816 respectivamente. En 1820 presenta a la Academia de Ciencias una memoria sobre flexión de placas y en 1821 hace lo propio con su histórica *contribución*, en la que introduce las ecuaciones de la teoría de la elasticidad. En 1824 se convierte en

miembro de la Academia y, en 1830, en profesor de Cálculo y Mecánica en la École Polytechnique.

En lo que concierne a nuestra materia, pueden destacarse tres cuestiones de gran interés y trascendencia en los estudios de Navier:

- Demuestra que las secciones planas transversales de una viga sometida a flexión permanecen planas tras la actuación de las cargas. Esta hipótesis es fácil de comprobar sobre la viga representada en la figura 6a, sobre la que se ha dibujado una cuadrícula. Si la sometemos a flexión simple, como se representa en la figura 6b, la cuadrícula se deforma, pero, tal como se remarca en esta segunda figura, la sección plana permanece plana.
- Obtiene una primera versión de las ecuaciones de equilibrio interno en desplazamientos de un sólido en base a la interacción molecular, aunque involucrando una sola constante del material.
- Es el primero en resolver estructuras hiperestáticas usando el concepto de sólido deformable, invocando así los tres conceptos básicos del cálculo estructural: equilibrio, compatibilidad y comportamiento (París[4]).

Como ya se ha indicado anteriormente, muchas de las ideas de Navier fueron transmitidas a través de las clases que impartía, algunas de las cuales fueron recogidas posteriormente en una publicación. La más distinguida fue una

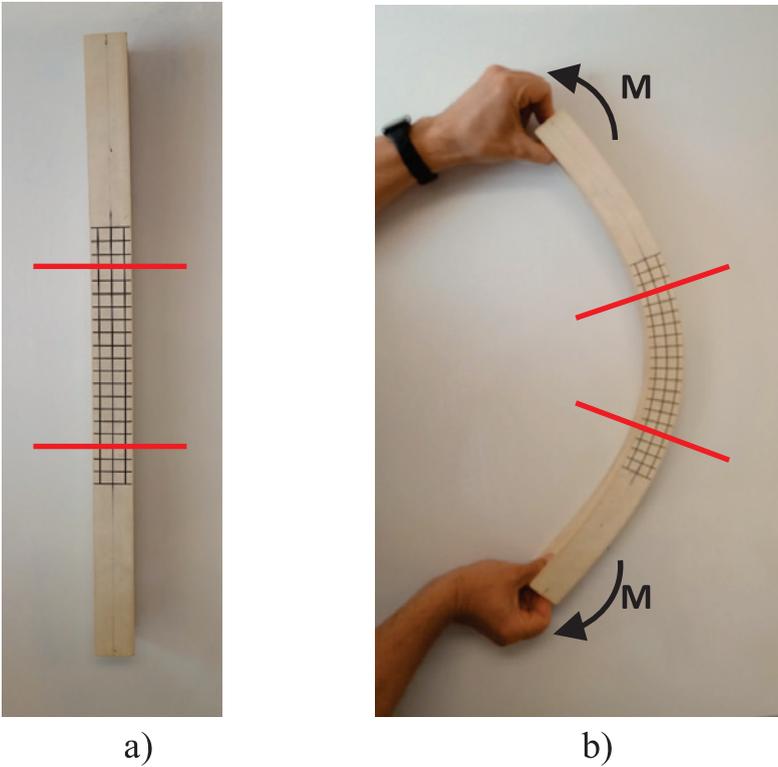


Figura 6. Ilustración de la hipótesis de Navier de secciones planas en un caso de flexión pura sobre una barra en forma de doble T: a) configuración indeformada, b) configuración deformada

versión de sus clases (Navier[5]), publicada y corregida por Saint-Venant.

Muchas de las ideas de Navier fueron modificadas o completadas posteriormente. Este es el caso del número de constantes para representar un sólido elástico, o la decisión

de enmarcar la hipótesis de secciones planas en las dimensiones de la viga y, sobre todo, la iniciativa de involucrar la idea de medio continuo en la formulación del problema elástico. En este último contexto surge el nombre de Cauchy.

Augustin Cauchy nace en París en el histórico año de 1789. A consecuencia de la Revolución Francesa, su familia se refugia en Arcueil, donde la casa de Laplace se convierte en punto de referencia y reunión de los más importantes científicos de París. Cauchy tiene una formación paralela a la de Navier. En 1805 entra en la École Polytechnique y a continuación ingresa, en 1807, en la École de Pont et Chaussées, graduándose en 1810 con gran reconocimiento por parte de sus profesores.

Cauchy se siente desde el principio más atraído por cuestiones fundamentales de matemáticas que por las aplicaciones ingenieriles. Entra en la Academia en 1816, e imparte clases de Cálculo en la École Polytechnique y en La Sorbona, a las que, por su rigor e innovación en la presentación, consigue atraer a numerosos alumnos y profesores.

Cauchy se interesa mucho por los trabajos anteriormente mencionados de Navier en los que este enuncia los cimientos de la Teoría de la Elasticidad. A diferencia de Navier, cuya formulación se basa en la existencia de fuerzas moleculares en el sólido deformado, Cauchy vislumbra el sólido (D en la figura 7a representado por D^A y D^B y sometido a un sistema de cargas exteriores en equilibrio t^A y t^B) como

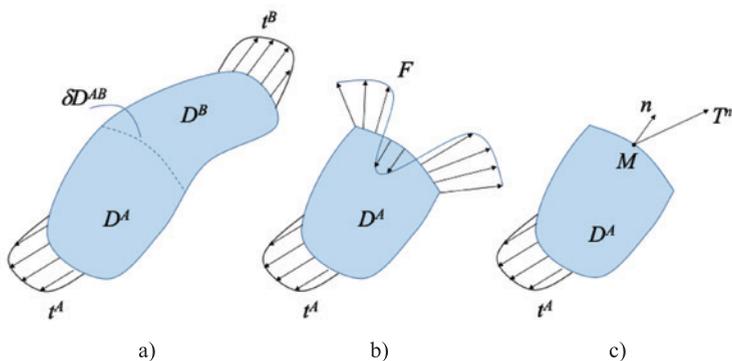


Figura 7. Hipótesis fundamental de la mecánica de los medios continuos sobre un ejemplo bidimensional

un medio continuo, y, en concordancia con ello, propone que la interacción entre dos subdominios (D^A y D^B en la figura 7a) separados por una superficie continua (∂D^{AB} en la figura 7a) sea una distribución de fuerzas por unidad de área, F , continua, aunque no necesariamente uniforme, como se indica en la figura 7b.

Esta hipótesis lleva a considerar que en un punto del sólido (M en la figura 7c) existen infinitos vectores de fuerza por unidad de área —que Cauchy llamó vectores tensión—, asociados a los infinitos planos que pasan por un punto. En su hipótesis está implícito que dicha acción no tiene por qué ser normal al plano (como se representa en la figura 7c con T^n asociado al plano de normal n). Esta idea conduce inmediatamente a la presencia de un conjunto doblemente infinito

de vectores tensión, que ante la acción de cargas exteriores mantiene cualquier subdominio en equilibrio. Buscando si estos infinitos vectores tensión asociados a un punto son independientes entre sí, Cauchy consideró el equilibrio de un tetraedro infinitesimal, situando las acciones que el resto del sólido ejerce sobre el tetraedro (figura 8).

Aplicando cálculo infinitesimal, el equilibrio de fuerzas de la figura 8 lleva a la ecuación (1).

Estas ecuaciones pusieron de manifiesto la existencia de una propiedad significativa: el conocimiento del vector tensión en tres planos perpendiculares entre sí conllevaba la posibilidad de calcular el vector tensión en cualquier otro plano. La clave para ello fue el conocimiento de un operador nuevo, al que Cauchy llamó *tensor* (destacado en rojo en la

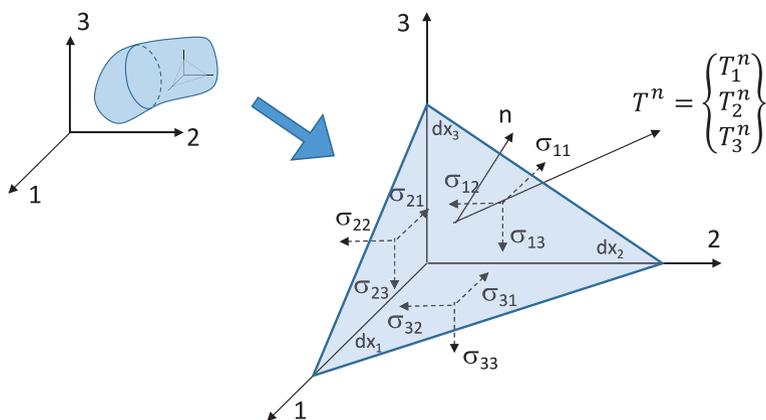


Figura 8. Equilibrio de un tetraedro infinitesimal (París[4])

$$\begin{bmatrix} T_1^n \\ T_2^n \\ T_3^n \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{21} & \sigma_{31} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{32} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix}}_{\text{Tensor de tensiones}} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Tensor de tensiones

ecuación 1), y que definió como un operador que asocia un vector a cada dirección. Acababa de surgir el cálculo tensorial, una gran *contribución* de la Teoría de la Elasticidad al conocimiento científico, que se ha aplicado a numerosos ámbitos de la física aplicada.

Una vez identificado el estado tensional de un sólido como el conjunto de tensores de tensión existentes en todos los puntos del sólido, Cauchy pudo reescribir las ecuaciones de equilibrio interno en la forma que se representa en la ecuación 2:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_3} + X_1 &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial x_3} + X_2 &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} + X_3 &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Se acababa de construir la moderna Teoría de la Elasticidad que hoy enseñamos en nuestras aulas.

El valor de la hipótesis fundamental de la mecánica de los medios continuos de Cauchy es de una relevancia extraordinaria, no tanto por la trascendencia que tiene en la génesis de una nueva parcela del conocimiento, sino por la capacidad de definir unas variables (las tensiones) que reflejan el comportamiento de los sólidos deformables (los habituales usados hasta el momento) sin tener una idea concreta de la estructura interna de estos. En efecto, la hipótesis refleja la presencia de acciones de contacto entre los diferentes puntos del sólido. Es evidente que ello permite que puntos alejados uno de otro puedan interactuar entre ellos, pero a través de los infinitos caminos que los pueden unir y siempre como suma de las acciones de contacto entre los puntos de esos caminos. Lo sorprendente es que, cuando se ha podido establecer la naturaleza de las acciones internas que mantienen las distancias entre los puntos de un sólido, estas son debidas a acciones a muy corta distancia, lo que permite que la interacción a través de fuerzas de contacto sea (esto lo podemos decir ahora) una hipótesis físicamente basada.

No se puede terminar esta brevísima mención a los orígenes de la Mecánica Estructural, y en particular a la Teoría de la Elasticidad, sin mencionar el nombre de Barré de Saint-Venant.

Saint-Venant (1797-1886) nace en Seine et Marne. Ingresó en 1813 en la École Polytechnique, pero, poco

después, la batalla de París de 1814 marcaría su vida. Fue movilizadado para defender París, pero se negó a combatir indicando que su conciencia no le permitía pelear por un usurpador. Se le proclamó desertor y durante 8 años trabajó como oficial en una industria. En 1823 se le permitió la vuelta a la École Polytechnique, pero sus compañeros de estudio ni le hablaban ni compartían pupitre con él. Pese a ello, se graduó como el primero de su promoción.

La Teoría de la Elasticidad no tenía, en la época de Saint-Venant, capacidad para resolver problemas prácticos de la ingeniería y los ingenieros preferían el uso de fórmulas empíricas. Saint-Venant siempre defendió que cualquier progreso de conocimiento en la ingeniería requería combinar adecuadamente trabajo experimental con estudios teóricos. En este sentido de conexión con los problemas ingenieriles, sus contribuciones son múltiples. A continuación se destacan algunas de ellas.

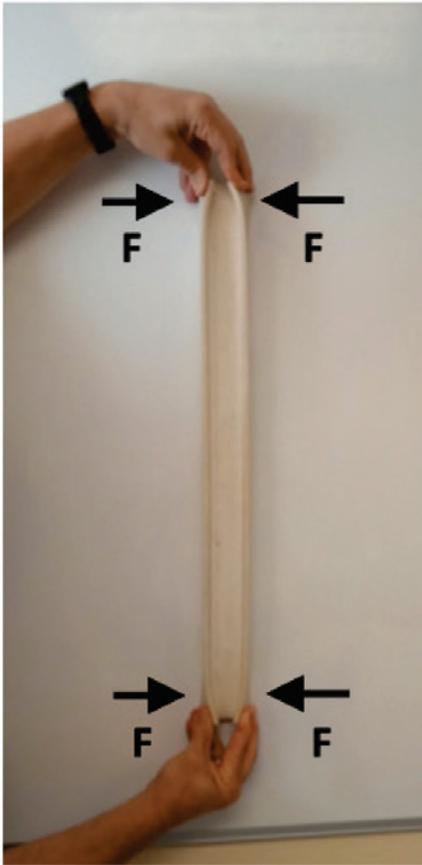
La dificultad en la resolución de problemas ingenieriles era tan alta que llevó a Saint-Venant a proponer el método semi-inverso, que abogaba por intuir parcialmente una posible solución al problema, para luego determinar la solución exacta al aplicar las ecuaciones de la Teoría de la Elasticidad. De esta manera pudo encontrar brillantemente la solución de diversos problemas de torsión de barras prismáticas de sección no circular, a partir de la inclusión de una función de alabeo de la sección transversal.

Mención especial merece su trabajo sobre las condiciones que un campo de deformaciones debe satisfacer para corresponder a una solución continua y univaluada de desplazamientos, que lo condujo a formular las ecuaciones de compatibilidad que llevan su nombre. Estas ecuaciones fueron de gran importancia para entender, por ejemplo, los efectos de la temperatura en el comportamiento de sólidos deformables. Saint-Venant pensaba que las deformaciones eran las responsables del paso del comportamiento elástico a plástico de un metal y propuso su propio criterio de plastificación basado en el campo de deformaciones, que, si bien no es adecuado para predecir el comportamiento elasto-plástico de los metales, sí se usa para predecir la rotura en otros tipos de materiales como los modernos composites.

Pero, sin duda alguna, la mayor *contribución* de Saint-Venant en el acercamiento de la teoría de la elasticidad al uso ingenieril es el principio que lleva su nombre. Adecuar la palabra *principio* a una propuesta indica que no se puede establecer una demostración matemática que lo pruebe, lo que no es óbice para que no pueda comprobarse su cumplimiento. El principio indica que un sistema de cargas exteriores distintas de cero pero autoequilibradas no tiene ningún efecto a una distancia del mismo orden que la zona donde se aplica el sistema autoequilibrado. La figura 9 ilustra este concepto a través de la aplicación de dos sistemas diferentes de cargas sobre una viga en doble T de

material muy deformable, sobre cuyas alas se ha dibujado una cuadrícula, que ya había quedado representada anteriormente en la figura 6a. En la figura 6b ya se ilustra que, si sometemos la viga a flexión, la cuadrícula se distorsiona con algunas particularidades resaltadas por Navier. Si ahora sometemos la viga a dos sistemas, cada uno de ellos autoequilibrado en cada extremo a través de las fuerzas F (como se indica en la figura 9a), ellos provocarán, como se ve en dicha figura, deformaciones claramente apreciables en la zona donde se aplican las cargas. Sin embargo, estos dos sistemas de cargas, cada uno de ellos autoequilibrado, como ya se ha dicho, a partir de una distancia del orden de la zona de aplicación de los sistemas autoequilibrados de cargas, no provocan ningún efecto en el sólido, como puede percibirse en la inalterabilidad de la malla dibujada en la figura 9b.

De un valor equivalente al del enunciado anterior es que dos sistemas de cargas diferentes pero estáticamente equivalentes producen el mismo efecto a partir de una distancia del orden de la zona donde las cargas se aplican. Esto es de un valor incalculable en ingeniería, pues permite conocer la solución de un problema que no la tiene en una zona muy significativa de la estructura (simplemente porque la distribución de las cargas no se conoce en detalle), aplicando un sistema estáticamente equivalente al real y que facilita, ahora sí, para obtener la solución del problema. La aplicación del



a)



b)

Figura 9. Aplicación del principio de Saint-Venant para sistemas localmente autoequilibrados de cargas: a) vista frontal, b) vista lateral

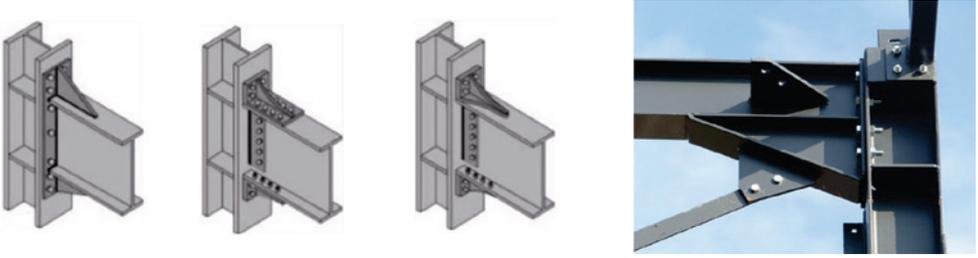


Figura 10. En la zona donde la solución analítica no se cumple de acuerdo al principio de Saint-Venant, se produce un refuerzo de acuerdo a reglas de buena práctica

principio de Saint-Venant la podemos ver en infinidad de situaciones. De entre ellas, las estructuras metálicas son las de más fácil observación. Así, en la figura 10 se observa el refuerzo en los nudos en una longitud indicada por el principio en una zona en que la solución analítica no es aplicable para el dimensionamiento del elemento.

El reconocimiento al trabajo de Saint-Venant se evidencia en la introducción del libro *History of Elasticity* de Todhunter y Pearson (Todhunter y Pearson[2]), donde se menciona que la obra está dedicada «a la memoria de Barré de Saint-Venant, el autor moderno más destacado de la teoría de la elasticidad». Tanto la Teoría de la Elasticidad como la Resistencia de Materiales son hoy disciplinas bien asentadas con textos que recogen los conocimientos existentes y que sirven como guías para el aprendizaje de estas materias. A este respecto, pueden citarse, entre otros muchos, París[4]

y los clásicos Sokolnikoff[6], Fung[7] y Germain[8] para la Teoría de la Elasticidad, y Cañas *et al.*[9], así como los clásicos Timoshenko[10], Oden y Ripperger[11] y Crandall y Dahl[12] para Resistencia de Materiales.

El momento álgido

Aunque el conocimiento en cualquier parcela del saber tiene un crecimiento continuado, no es menos cierto que, identificada una parcela de ese conocimiento, su nivel de protagonismo en la historia de la humanidad puede pasar más o menos desapercibido. En el caso de la mecánica estructural, mientras que el énfasis en la generación de conocimiento que se ha revisado en la sección anterior pasó desapercibido para la sociedad en general, el final del siglo XIX y el comienzo del XX coincide con el momento álgido de popularidad de la mecánica estructural, en lo que concierne al protagonismo en el desarrollo de la sociedad en general. Es la época de los grandes retos en la construcción civil, a través de edificios cada vez de mayor altura, puentes cada vez de más longitud, o apertura de canales de una dimensión

inimaginable hasta entonces, entre otros hitos. Pero, si algo hay que escoger como representativo de ese período de esplendor, es la torre de 300 metros de París.

El comienzo del siglo XIX asiste a la competición por hacer una construcción emblemática que sea la más alta del mundo. Así, Trevithick, en 1833, propone la construcción de una columna de fundición de 1000 pies de altura (304,80 metros), de 30 metros de diámetro en la base, y de 3,6 metros de diámetro en la cumbre. La torre descansaría sobre una base de piedra de 12 metros de altura. Por otro lado, en 1848 comienza el proyecto de erigir un obelisco, como monumento homenaje a Washington, con una altura de 183 metros. El proyecto hubo de detenerse a los 46 metros por un fallo en la cimentación, aunque, una vez corregido este error, llegó a alcanzar una altura de 169 metros. Finalmente, en 1876, Clark y Reeves proponen la construcción de un cilindro metálico de 9 metros de diámetro en la cumbre y 45 metros en la base, con una altura de 300 metros para la Exposición Universal de Filadelfia.

En este clima de propuestas, arranca la idea de conmemorar el 100 aniversario de la revolución francesa (1789) con una exposición universal que tuviera una construcción singular, la más alta del mundo, deduciéndose de la información previa que la altura objetivo sería de 300 metros.

La casa Eiffel era famosa por sus construcciones en puentes. A modo de ejemplo se pueden ver el viaducto de

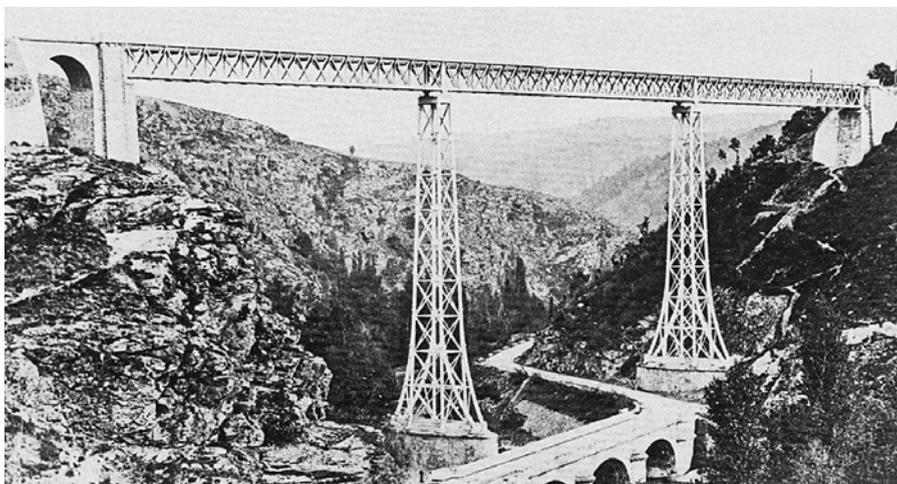


Figura 11. Viaducto de la Sioule (1869)

la Sioule (1869) en la figura 11, el puente sobre el Duero (1875-1878) en la figura 12, y el viaducto de Garabit (1879-1885) en la figura 13.

Estas imágenes ponen claramente de manifiesto la capacidad que la casa Eiffel tenía en el diseño, cálculo, fabricación y montaje de puentes metálicos. Nougier y Koechlin, ingenieros de la casa Eiffel, comenzaron a interesarse por participar en el proyecto de la torre de los 300 metros para la Exposición Universal de París de 1889. Eiffel les dice que la casa no está interesada en tal concurso, pero les da permiso para que ellos concurren por su cuenta.

Koechlin presenta un esquema de una torre de 300 metros de altura según el esbozo de la figura 14, donde pueden



Figura 12. Puente sobre el Duero (1875-1878)

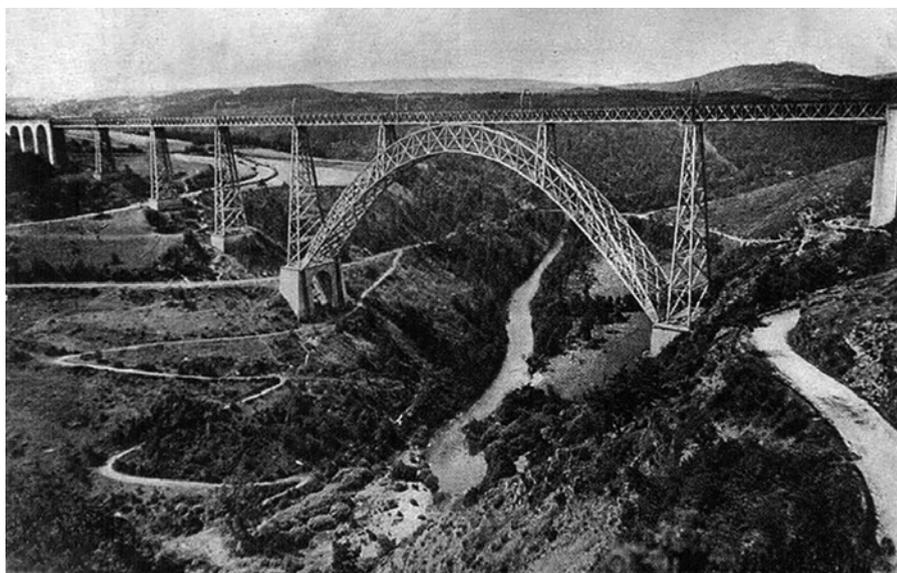


Figura 13. Viaducto de Garabit (1879-1885)

observarse la fecha de la propuesta y el domicilio particular de Koechlin. A la derecha puede verse cómo Koechlin, para enfatizar la altura de la torre, apila junto a ella una serie de edificios famosos, como la Catedral de Notre Dame, la Estatua de la Libertad o el Arco del Triunfo, entre otros.

La idea del concurso despierta tal expectación que Eiffel se empieza a mostrar interesado en participar oficialmente en él. A tal efecto les compra el proyecto a sus ingenieros por un valor de 50.000 francos (de la época), a fin de que este pasara a ser un proyecto de la Maison Eiffel. La figura 15 ya muestra, no un esquema, sino un plano a escala presentado

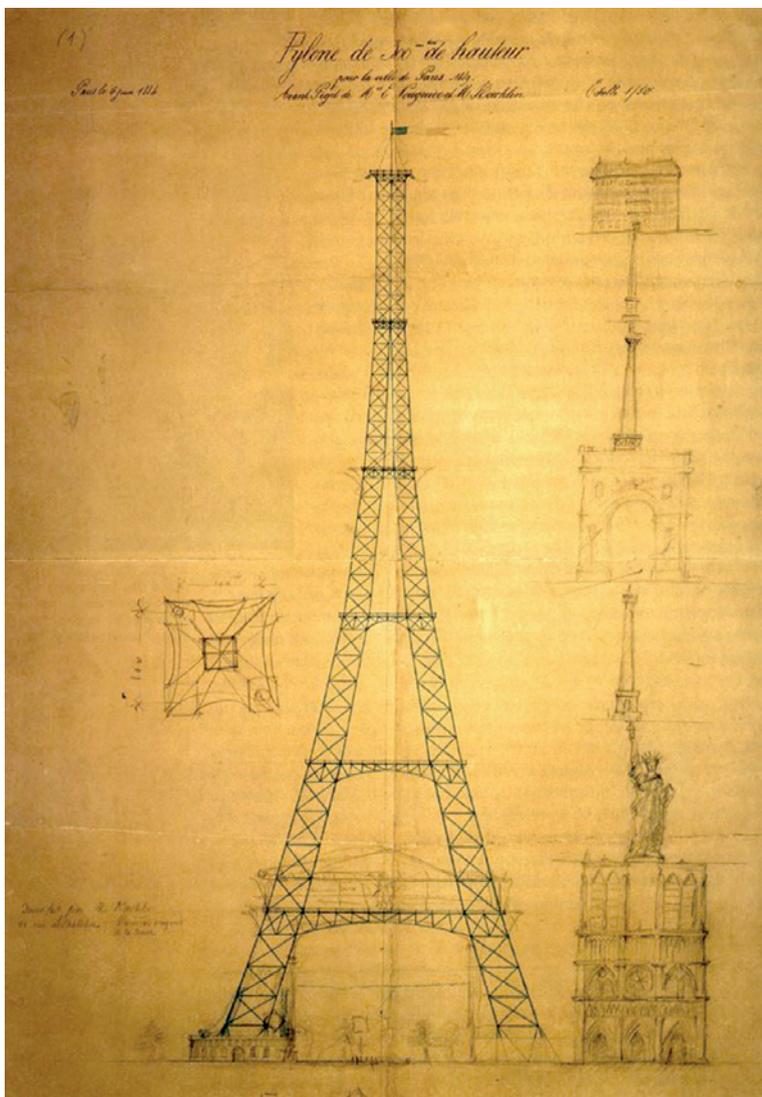


Figura 14. Esquema de Koechlin para una torre de 300 metros

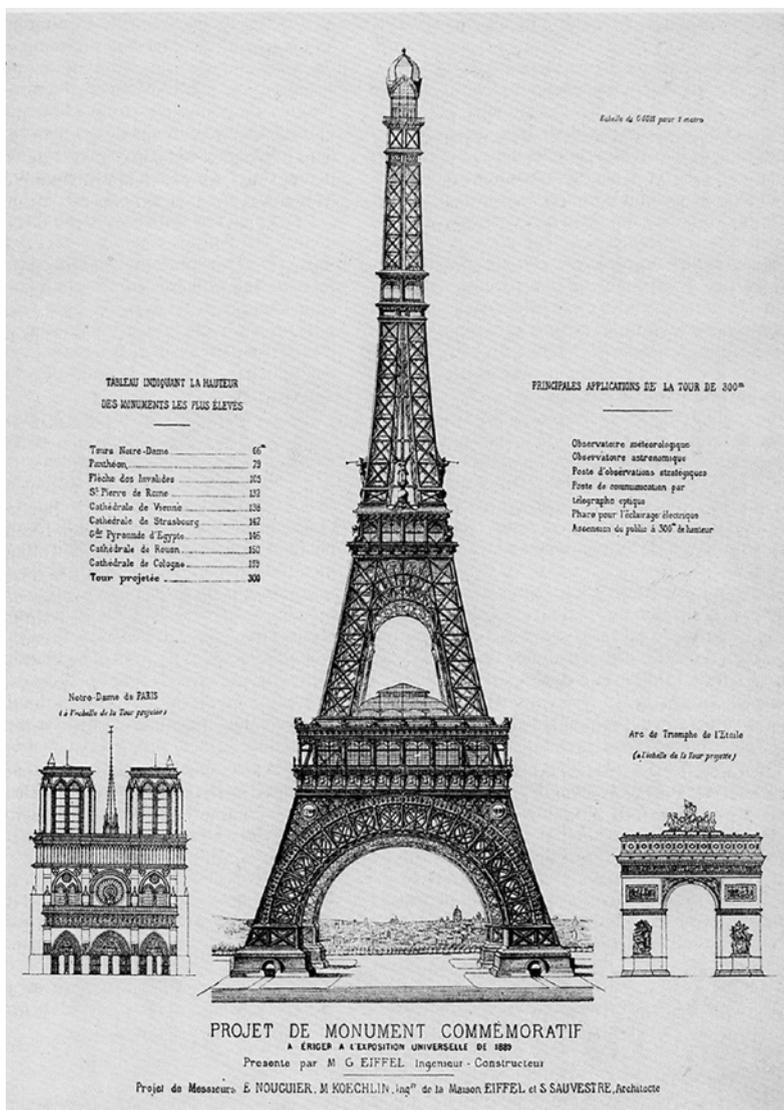


Figura 15. Propuesta del proyecto de una torre de 300 metros para la Exposición Universal de París presentado por Eiffel

por G. Eiffel ingeniero-constructor, sobre un «proyecto de monumento conmemorativo a erigir en la exposición universal de 1889». La autoría se asigna a Noughier y Koechlin, ingenieros de la Maison Eiffel, y al arquitecto Sauvestre. Así comenzó la conversión de la torre de 300 metros en Torre Eiffel, denominación que subsistiría hasta la actualidad.

En el plano, a la izquierda, puede observarse aún la mención a las alturas de otras construcciones simbólicas existentes en el mundo y, a la derecha, aparece una lista de posibles aplicaciones de la torre de 300 metros (observatorio meteorológico, observatorio astronómico, puesto de observación estratégico, etc.), destinadas a contrarrestar los argumentos de la contestación popular de los artistas en relación con la erección, en pleno centro de París, de semejante torre.

Finalmente, el 1 de mayo de 1886 se anuncia un concurso público para la construcción de una torre de base cuadrada de 125 metros de lado y 300 metros de altura. La fecha fijada para el fin de presentación de las propuestas (se presentaron 104) fue el 18 de mayo, y el 12 de junio se encarga la realización del proyecto a Eiffel.

En lo que concierne al objeto de esta lección, hay que mencionar los cálculos estructurales que se realizaron (de resistencia, de estabilidad y de deformación) y las cargas que se consideraron (peso propio, viento y temperatura). En general, las estructuras se diseñan en primer lugar para satisfacer unas condiciones de funcionamiento y luego se

calculan y dimensionan para que cumplan su función y los requerimientos existentes de durabilidad. En la memoria de la Maison Eiffel sobre la torre (ver también Koechlin[13] y Bures[14]), se menciona que la principal novedad del proyecto consistía en suprimir las barras de celosía de las caras verticales, disponiendo los pilares de manera que la resultante de las cargas exteriores pasara por el interior de dichos pilares, tal como se describe en la figura 16.

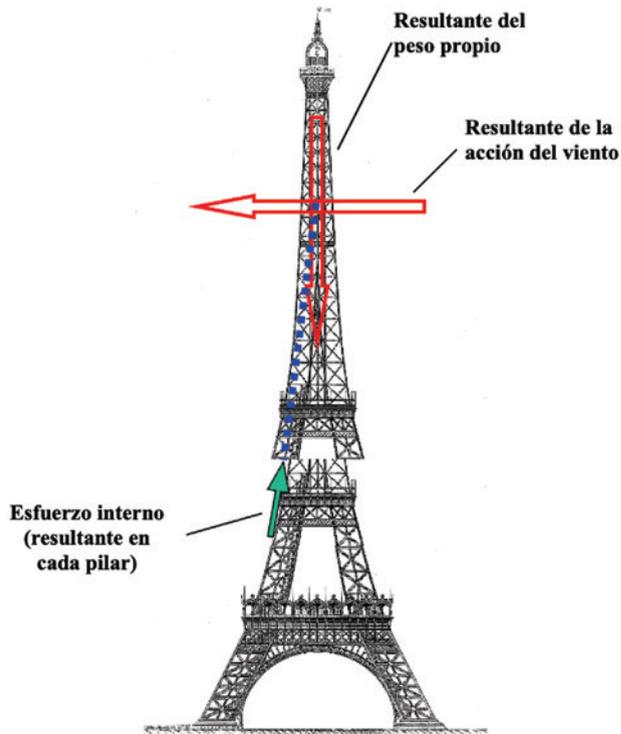


Figura 16.
Ilustración
de la forma
de trabajo de
la torre

La forma de la torre tiene una estética especial y de forma natural surge la cuestión de si la forma es función de la estética (lo que conllevaría un cálculo estructural posterior, una vez fijada la forma de la torre), o bien es directamente función de un cálculo estructural optimizado. El esquema que se ha introducido en la figura 16 nos permite realizar un cálculo sencillo, que nos puede llevar a la respuesta a esta pregunta.

En relación con el esquema simplificado que se muestra en la figura 17, donde arbitrariamente se va a analizar una sección intermedia BC, designamos:

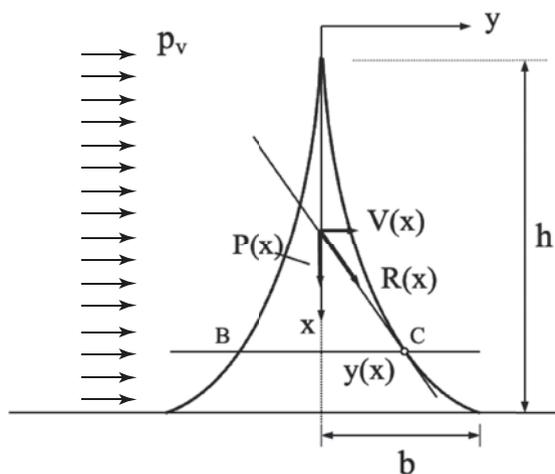


Figura 17. Esquema simplificado de la torre para un cálculo orientado a forzar la condición enunciada de diseño óptimo

$V(x)$: Resultante del viento por encima del nivel BC
 $P(x)$: Resultante del peso propio por encima del nivel BC
 $R(x)$: Resultante de las acciones exteriores por encima del nivel BC

La condición de diseño es que la resultante a un cierto nivel debe ser tangente a la superficie de la torre, lo que implica que debe cumplirse:

$$y'(x) = \frac{V(x)}{P(x)} \quad (3)$$

Tomando de la memoria de la Maison Eiffel los valores que a continuación se indican:

\mathbf{b} es el semiancho de la base en la torre (62,5 metros) menos su semiancho en la parte superior (5,6 metros)

\mathbf{h} es la altura efectiva de la estructura metálica de la torre (272 metros)

\mathbf{p}_v es la presión del viento (400 kg/m^2)

\mathbf{P}_T es el peso total estimado de la estructura metálica (7000 T),

la ecuación anterior nos lleva a poder estimar la forma de la torre que derivaría de la condición de diseño anteriormente

enunciada, forma que aparece en rojo superpuesta sobre la estructura real (figura 18).

La similitud entre la forma de la torre construida y la derivada de la condición de diseño da soporte a la idea de que su estética es resultado de una condición de diseño muy razonable para la época, cual es la de que los pilones que definen el armazón fundamental de la torre trabajen, en las peores condiciones (máximo viento), a esfuerzo normal.

Tomando la torre como referencia, hay una cuestión muy significativa que ilustra el papel de la ingeniería en el desarrollo del conocimiento y en la concreción de sus logros. Es obvio que la torre se concibe para trabajar en régimen de comportamiento elástico lineal y que su cálculo y diseño se produce en los años 80 del siglo XIX. Resulta, por tanto, remarcable mencionar que el criterio de plastificación universalmente aceptado en la actualidad para predecir el fin del comportamiento elástico en metales está, en su primera versión de 1914, basado en el módulo del tensor desviador, debido a von-Mises, y en su versión con pleno sentido físico, de 1924, basado en la energía asociada al tensor desviador, debido a Hencky. Esta situación, cuya adaptación a situaciones actuales se hará más adelante, es una premisa de la relación entre la adquisición de un conocimiento profundo de los problemas (en el caso anterior del paso de comportamiento elástico a elasto-plástico) y la aplicación de los conocimientos existentes (con las limitaciones que haya en ese momento) para alcanzar logros ingenieriles.

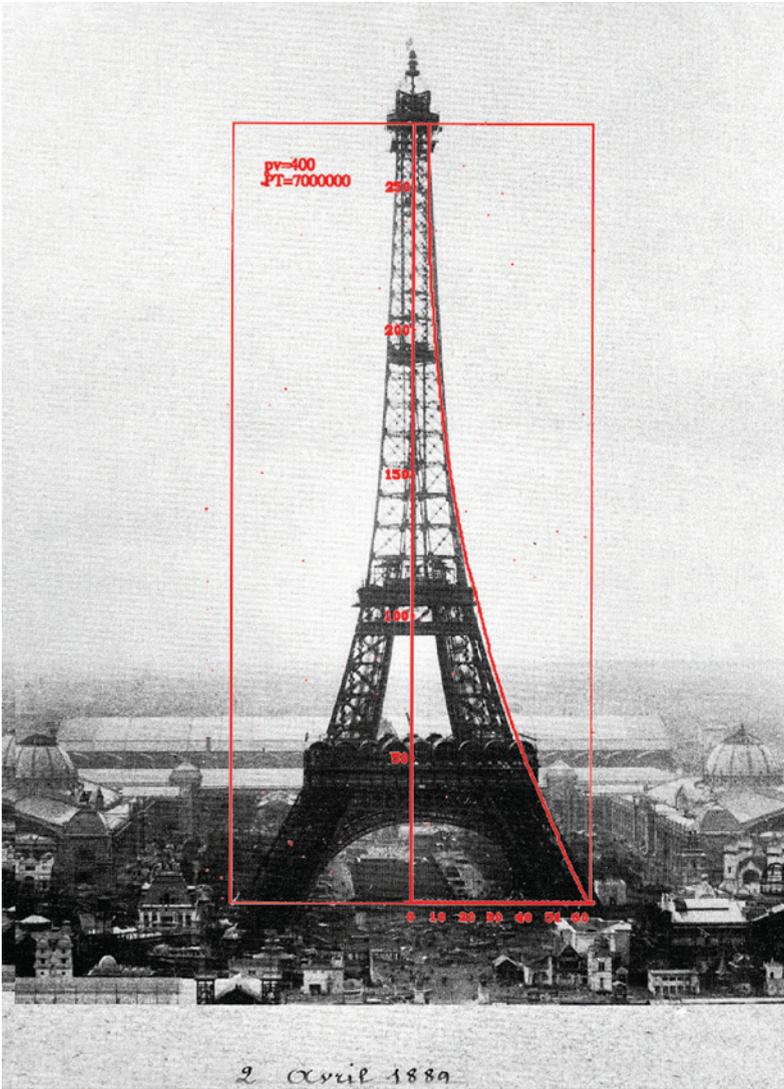


Figura 18. Forma de la torre derivada de la condición de diseño tomada

Las dificultades

La frase anterior sirve como introducción a una nueva etapa en la historia de nuestra disciplina, que situamos en las primeras décadas del siglo XX, con la aparición de dificultades surgidas en la aplicación de los conocimientos que hasta ese momento se daban por bien establecidos y suficientes para la realización de diseños seguros.

El siglo XX comienza en su primer tercio con numerosos fallos en estructuras simbólicas, fundamentalmente en puentes metálicos. La figura 19 ilustra la rotura catastrófica del puente de Hasselt en 1938.

Todas las roturas de puentes metálicos presentaban características comunes, como ausencia de cargas en el instante de la rotura (es decir, las estructuras fallaban a un nivel de tensiones muy bajo), presencia de bajas temperaturas, roturas

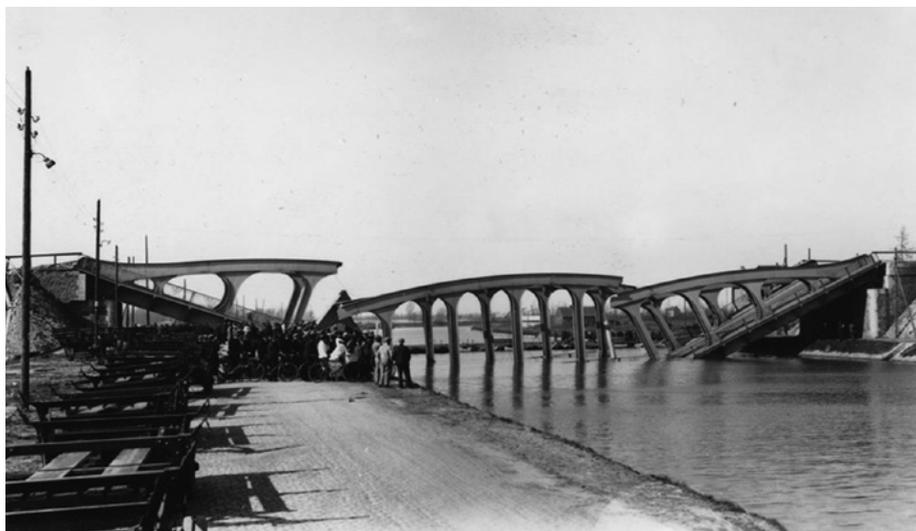


Figura 19. Rotura del puente de Hasselt

aparentemente frágiles (sin grandes deformaciones en los materiales de las zonas involucradas en la rotura), y utilización de materiales potencialmente dúctiles (con capacidad de presentar grandes deformaciones antes de la rotura). Todo ello llevaba a pensar en la existencia de uno o varios mecanismos de daño desconocidos, que no habrían sido tenidos en consideración en el diseño y cálculo de las estructuras afectadas. El uso de materiales de más calidad, lo que en términos sencillos implicaba aceros de mayor límite elástico, no solo no resolvía el problema, sino que lo agudizaba.

El problema se agravó al comienzo de la década de los 40, con los barcos Liberty, construidos en Estados Unidos para

abastecer a los aliados durante la Segunda Guerra Mundial. Estos barcos tenían una característica diferencial frente a sus antecesores: eran barcos metálicos soldados, en los que se había descartado el clásico sistema de roblonado con que se inició el gran desarrollo de la construcción metálica (y que, como hemos visto, se empleó en el caso de la Torre Eiffel). Gran parte de estos barcos desapareció durante la travesía por el Atlántico, pero muchos de los que consiguieron llegar a puerto experimentaron roturas catastróficas, como la que se muestra en la figura 20, con características similares a las anteriormente mencionadas para los puentes metálicos.



Figura 20. Imagen de un barco Liberty con rotura catastrófica



Figura 21. Primer vuelo de un avión Comet en 1952

Algo posteriores en el tiempo fueron los accidentes sufridos por aviones Comet (figura 21) de la empresa De Havilland. El primer Comet salió del hangar en Hatfield, al norte de Londres, en julio de 1949, haciendo su primer vuelo el 2 de mayo de 1952. Los Comets, con capacidad para 35 pasajeros, eran aviones de cuatro motores turbojets que podían volar a 12.000 metros de altura y a una velocidad de crucero de 800 kilómetros por hora. Se constataron numerosos problemas, la mayoría de ellos asociados a las múltiples innovaciones que el avión incorporaba.

Sin embargo, los problemas más serios, y que apuntaban a errores de diseño, aparecieron en dos accidentes en vuelo. El 10 de enero de 1954, el Comet G-ALYP despegó de Roma. Durante una llamada por radio para informar sobre el tiempo, la transmisión se cortó de pronto, en un momento que varios pescadores consideraron coincidente con su caída al mar cerca de la isla de Elba. Perekieron todos los tripulantes y pasajeros. El segundo accidente se produjo el 8 de abril de 1954 en el Comet G-ALYY, que, tras salir de

Roma y después de pasar por Nápoles, se desintegró cuando sobrevolaba la isla de Estrómboli.

Ante la falta de explicaciones para los accidentes, se decidió hacer un ensayo a fatiga de un avión completo en Farnborough (figura 22), alcanzándose una rotura catastrófica, como se indica en la figura 23.

Es difícil encontrar un comportamiento no esperado de una estructura que se deba a una única razón. Además, a través de los ejemplos aquí incluidos, reducidos debido a las limitaciones de espacio a las que debe someterse esta lección, se puede ver que el problema enunciado afectaba a todas las ramas de la ingeniería, pues en todas se da la aplicación de la mecánica estructural. Es posible ahora hacer un balance de las razones que de forma conjunta llevaron a la situación,



Figura 22. Ensayo a fatiga de un avión Comet en Farnborough



Figura 23.
Aspecto, desde el interior del avión, de la rotura en el avión Comet ensayado en Farnborough, originada a partir de una esquina de una puerta

parcialmente mostrada, de fallos en estructuras de diversa índole y aplicación, mostrándose a continuación una lista, no exhaustiva, de ellas.

- Se detecta presencia de concentradores de tensión, como entallas, esquinas reentrantes, agujeros o defectos de fabricación (principalmente asociados a la presencia de soldaduras).
- La plasticidad de los metales está controlada por el tensor desviador del estado tensional; las soldaduras generan cargas residuales de tracción del nivel del límite elástico en la dirección del cordón, lo que hace que cuando coinciden tres cordones en direcciones perpendiculares entre sí se genere un estado de tritracción, o sea, un tensor de

tensiones octaédrico puro, que inhibe la posibilidad de plastificación (es decir, de rotura dúctil), involucrando la génesis de roturas frágiles.

- En caso de una rotura, las uniones roblonadas representaban en sí mismas sistemas de detención de una hipotética grieta que pudiera aparecer, lo que no ocurría con las uniones soldadas.
- Las propiedades que controlaban el proceso de fractura no eran el límite elástico o la tensión de rotura.
- Las nuevas propiedades que se involucran en el proceso de rotura son fuertemente dependientes de la temperatura, descendiendo sus valores críticos con ella.

Todo lo sucedido ponía de manifiesto la ausencia de conocimiento en una parcela específica de la mecánica estructural: la cuantificación del efecto de la presencia de daño asimilable a una grieta en una estructura. La teoría necesaria a este respecto debía dar respuesta a preguntas como las que se indican, a título de ejemplo, a continuación:

- ¿Cuál es la resistencia residual de una estructura en función del tamaño de la grieta?
- ¿Cuál es el tamaño máximo de grieta admisible en servicio?
- ¿Qué tiempo le llevaría a una grieta crecer desde un determinado tamaño (hay un mínimo detectable) hasta el máximo admisible?

— ¿Cuál es la frecuencia con la que se debe inspeccionar una estructura para detectar las grietas garantizando un funcionamiento seguro?

Como ya se ha visto en otras cuestiones previamente presentadas, es muy difícil asignar a una persona la autoría en exclusiva de los principios fundamentales de una disciplina. Esto se cumple también, en el caso que nos ocupa, en relación con la mecánica de la fractura, si bien hay algunos nombres que dejaron una importante impronta en esta parcela del conocimiento.

Más allá de las primeras observaciones de Leonardo ya mencionadas sobre la resistencia de cables de diferente longitud, en 1921 Griffith[15] aportó la idea, trabajando en cristales, de efectuar un balance energético entre la situación inmediatamente anterior a que una grieta se propague y el instante inmediatamente posterior a la propagación. Estableció, así, que la energía necesaria para romper los enlaces internos del material salía de la energía liberada por el material durante su propagación. Este enfoque, basado en un balance energético, proporcionaba un criterio para predecir la propagación de una grieta en un material frágil:

$$G < G_c \quad (4)$$

donde G es el índice (introducido por Griffith) de liberación de energía por unidad de crecimiento de grieta para una estructura y G_c es el valor crítico de G para que una grieta existente progrese.

En un contexto diferente, Wieghardt[16], en 1907, Inglis[17], en 1913, y Westergaard[18], en 1939, entre otros, encontraron el estado tensional (ecuación 5) en el entorno de una fisura correspondiente a la geometría representada en la figura 24 para el caso de cargas de tracción, modo I en términos de la Mecánica de la Fractura.

Las expresiones (5) recogen, con referencia al modo I de fractura, la solución de tensiones en el entorno del fondo de la grieta, correspondiente a un estado singular de tensiones, como pone de manifiesto la posición de r que representa la distancia del fondo de grieta al punto al que se refiere el estado tensional (figura 24). En esta línea de la mecánica

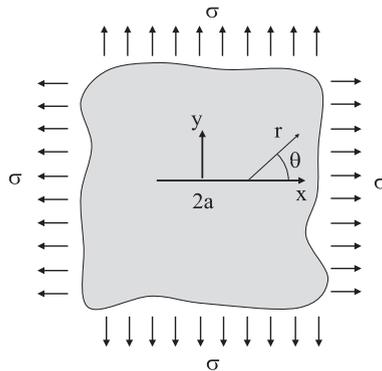


Figura 24. Grieta en medio infinito bajo cargas de tracción

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\
\sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\
\sigma_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}.
\end{aligned} \tag{5}$$

de la fractura elástica lineal, se supone que el estado de tensiones definido por las ecuaciones (5), existente en todas las grietas cuando se trabaja en modo I, controla la propagación de aquella, lo que, dada la estructura de estas ecuaciones, lleva a la conclusión de que una grieta no se propagaría si se cumpliera que:

$$K_I < K_{IC} \tag{6}$$

donde K_I se conoce como factor de intensidad de las tensiones en modo I y K_{IC} sería el valor crítico que debe alcanzar para que una grieta se propague.

Irwin[19], en 1957, conectaría ambos enfoques, dando lugar a la disciplina que hoy conocemos como mecánica de la fractura elástica lineal, estableciendo, para el caso de tensión plana, que:

$$G = \frac{K_I^2}{E} \tag{7}$$

donde G y K_I están ambos referidos al modo I de fractura, habiéndose respetado las denominaciones históricamente usadas.

La mecánica de la fractura elástica lineal se concretaría en que una grieta existente no se propagaría si se cumplen las expresiones equivalentes (4) y (6). La simplicidad de estas expresiones no es representativa para entrever la dificultad de su aplicación. La parte izquierda de ambas ecuaciones es función de la estructura bajo consideración, de las cargas existentes y de la ubicación de la grieta, pudiendo requerir la elaboración de un modelo numérico del problema bajo estudio. No menos compleja es la determinación de la parte derecha de las ecuaciones (4) y (6), dado que no solo son función del material, sino también del estado tensional, por no mencionar la dependencia de la temperatura, dado que esta última es habitual en todas las propiedades de mecánica estructural.

Las propiedades K_C y G_C representan la tenacidad a fractura de un material, de manera que, cuanto mayor es su valor, mayor oposición encontraría una grieta para crecer en ese material. Nótese que esta oposición no depende de la resistencia que se puede obtener de un ensayo de tracción; de ahí, entre otras muchas razones, que la resistencia a la fractura en los primeros casos de roturas no explicadas no se resolviera «mejorando» el material en términos de su resistencia a la tracción.

Resulta muy ilustrativo el análisis de las expresiones de las tensiones, (5), en el entorno del fondo de la grieta. Como

puede observarse, las tensiones dependen de la distancia r al fondo de la grieta, que tiende a cero cuando r crece (sin olvidar que esta solución es solo válida en el entorno del fondo de la grieta) y que tiende a infinito cuando r tiende a cero. Es evidente que no hay materiales que puedan soportar tensiones infinitas, por lo que es cuestionable la representatividad de una solución obtenida con unas determinadas hipótesis que son violadas por la solución resultante. Esto no es algo específico de la Mecánica de la Fractura, ya que hay múltiples casos de la mecánica estructural (presencia de una carga puntual, aplicación de una carga constante en una superficie suave a lo largo de una distancia finita...) donde la solución obtenida de la formulación de la Teoría de la Elasticidad de Cauchy no está definida. Ello no obsta para que, teniendo en mente el principio de Saint-Venant, esa solución, que no es válida en un punto del dominio, pueda ser usada en muchos otros puntos de este, suministrando argumentos al ingeniero para poder diseñar una estructura de forma satisfactoria.

Una excelente revisión histórica sobre la Mecánica de la Fractura, que cubre aspectos inabarcables en esta lección, puede verse en Erdogan[20]. El conjunto de conocimientos que se ha identificado aquí como mecánica de la fractura tiene, en todo caso, un largo recorrido aún por desarrollar, pues quedan muchas cuestiones por resolver. Una de las más significativas es la de poder predecir la aparición de daño asimilable a una grieta de un cierto tamaño en una estructura,



Figura 25. Daño en chasis de aerogenerador, estudiado y resuelto en el GERM

de acuerdo con conceptos tensionales y energéticos (ver, por ejemplo, García *et al.* [21] y García *et al.* [22]), cuestiones que van configurando una parcela de conocimientos conocida como mecánica de la fractura finita.

Como muestra de la aplicabilidad de la Mecánica de la Fractura a problemas ingenieriles, a continuación (figura 25) se muestra la presencia de una grieta en un chasis de un aerogenerador.

Como se ve, se trata de daño asimilable a grieta que aparece en una esquina reentrante del chasis en la zona en que la carga de las palas entra en la torre para ser transmitida a la cimentación. Las grietas se detectaron mediante el uso de líquidos penetrantes y, como se ve en el esquema de la figura 25, podrían tener diferentes orígenes, denominados grietas 1, 2 y 3 en la figura. Estas grietas, generalizadas en muchas unidades, aparecieron a los pocos meses del inicio de

su funcionamiento, haciéndose precisa una solución inmediata al problema en un doble sentido: por un lado, corregir el diseño para que no volvieran a aparecer estas grietas en nuevas unidades, y, por otro lado, modificar *in situ* las unidades existentes para que pudieran seguir funcionando de forma segura.

Se ha elegido este problema porque es un ejemplo en que puede claramente identificarse en qué medida la mecánica estructural, en este caso a través de la Mecánica de la Fractura, constituye una *contribución* encaminada a la resolución de problemas reales de ingeniería. En este caso particular, y no único, se busca solucionar un problema originado por un diseño deficiente en el menor tiempo posible, dado que miles de aerogeneradores se ven afectados por esta misma situación. En este sentido, resulta necesario remarcar la falta de dedicación a los detalles en las estructuras, y particularmente en las uniones, que ha habido tradicionalmente en nuestros planes de formación. Nunca recibí como alumno la menor indicación a este respecto, y ello pese a que la inmensa mayoría de los fallos estructurales se encuentran asociados a las uniones, bien sea por un mal diseño o por una mala ejecución de la unión. Como profesor he dedicado mucho esfuerzo, dadas las limitaciones que los planes de estudios nos imponen para este tema, a mentalizar, al menos, a los futuros ingenieros de la importancia de las cuestiones que se ponen de manifiesto con las imágenes mostradas en la figura 25.

El diseño existente implicaba la presencia de tres localizaciones potenciales de aparición de grieta, como se aprecia en el esquema de la figura 25. Una grieta se puede propagar en tres modos, I, II y III, de acuerdo con el esquema que se indica en la figura 26.

Es imprescindible la identificación del modo para proceder a una reparación o a un nuevo diseño del chasis. En este caso particular el conocimiento aportado por la mecánica de la fractura nos permite, con la simple inspección de la zona de daño, comprobar si se trata de un modo I o III (el II es de muy difícil presencia, pues tiene una tenacidad a fractura asociada muy elevada), simplemente identificando si hay salto en los labios de la grieta (modo III) o no (modo I). La identificación del modo de fractura en la forma indicada, sin hacer ningún cálculo, permite realizar una modificación inmediata, que podrá ir acompañada más adelante de los cálculos pertinentes

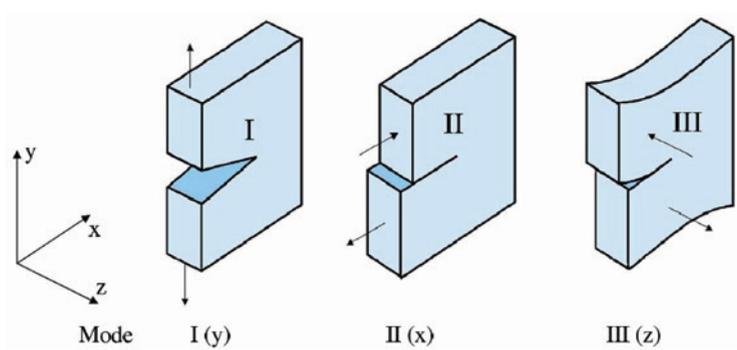


Figura 26. Modos de trabajo y propagación de una grieta

para establecer predicciones sobre la vida del nuevo chasis. La inspección indicó que no había saltos, poniendo de manifiesto la presencia de un modo I, pese a que aparentemente la torsión que el conjunto de las palas (con un peso de 3 toneladas) podría ejercer sobre el chasis hiciera pensar en la presencia de un modo III con una reparación radicalmente diferente a la asociada a la presencia de un modo I dominante.

El ejemplo anterior, además de poner de manifiesto la aplicabilidad de la mecánica de la fractura para resolver problemas, más allá de sus capacidades cuantitativas para hacer predicciones, también sirve para destacar la necesidad de realizar una cuidadosa observación del daño y las circunstancias en que este se produce. Esto es crucial en un momento en que la potente capacidad de cálculo de la que actualmente disponen los ingenieros puede evitar la reflexión necesaria sobre la situación en consideración.

Fue solo a través de esta reflexión que la ingeniería pudo progresar, y sigue haciéndolo hoy en día, incluso antes de comprender a fondo los fenómenos físicos. La reparación del muelle de carga de mineral, sito en el Puerto de Huelva, y perteneciente en su momento a la compañía Riotinto, nos aporta una muestra de gran valor sobre esta cuestión. En la figura 27 se puede apreciar una vista general del muelle antes de su rehabilitación y después de ella.

La inspección, la valoración y la propuesta de reparación del muelle fue realizada por el GERM de la US y sus

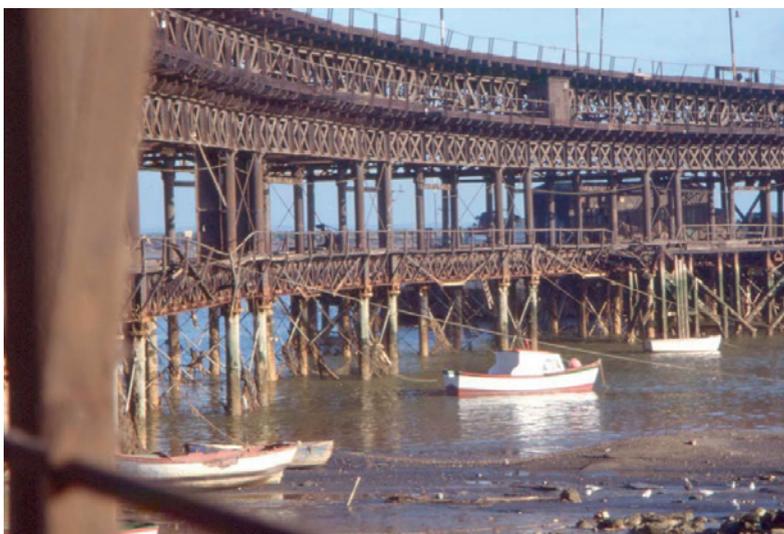


Figura 27. Muelle de carga de mineral de la compañía Riotinto. Arriba: antes de su rehabilitación en 1992. Abajo: después de ella



Figura 28. Imágenes del estado del muelle que muestran su deterioro

resultados se publicaron en Picón *et al.*[23] y Cañas *et al.* [24]. La inspección del estado de la estructura, en completo abandono (figura 28), puso de manifiesto desde el primer momento la presencia de componentes y dispositivos que parecían tener la misión de un refuerzo y cuya función no era fácilmente interpretable.

Así, Gibson, autor del proyecto[25], indicaba que «en el centro de las vigas de 50 pies, se diseñó una conexión a través de un elemento de hierro en forma de T que limitaba el movimiento transversal del cordón superior». Hay que mencionar que el diseño del muelle era de 1874 (una increíble obra de ingeniería de la época) y dejó de funcionar en mayo de 1975. Estimamos que el refuerzo se había producido para evitar el pandeo lateral de la viga-pórtico, pandeo que aparece ante cargas perpendiculares a la viga y que está asociado a la flexión de esta, que involucra el pandeo lateral del cordón comprimido. Este problema, tratado en textos actuales (Chajes[26]), fue estudiado por Winter[27], quien estableció las ecuaciones que controlan el pandeo lateral de vigas. Solo que ello se llevó a cabo en 1943, es decir, 69 años después del comienzo del funcionamiento del muelle. Aun así, los ingenieros de la época, sin el conocimiento y sin las herramientas de cálculo actuales, lo habían detectado y diagnosticado, encontrando la solución adecuada.

El momento actual y el futuro

La mediación del siglo XX sorprende a la humanidad con la aparición del ordenador. La mecánica estructural se encontraba en la tesitura de que las ecuaciones que controlaban los fenómenos físicos involucrados en la mayoría de los comportamientos de las estructuras estaban bien definidas, pero solamente podían resolverse en casos sencillos de geometría y cargas.

En cuanto las capacidades de cálculo empiezan a ser significativas, y se intuye un desarrollo no acotado de estas, aparecen los primeros desarrollos de cálculo de estructuras de barras mediante ordenador, lo que daría lugar a la parcela de conocimiento que se denomina Cálculo Matricial de Estructuras. Turner, Clough, Martin y Topp[28] extienden la idea de combinar elementos con una ley de comportamiento

conocida para generar un sistema de ecuaciones que representa el comportamiento de toda la estructura. En el caso de las barras, la ley de comportamiento la suministra la resistencia de materiales, y en el caso del medio continuo, se hace preciso formular una hipótesis de variación de las incógnitas del problema (típicamente los desplazamientos) sobre un elemento sencillo como un triángulo o un rectángulo, por ejemplo, en un caso bidimensional. La figura 29 representa los elementos básicos usados en [28], un triángulo con 3 nodos que permitía representar una evolución lineal de los desplazamientos en el triángulo y un rectángulo de 4 nodos que permitía una evolución bilineal de los desplazamientos en el rectángulo. El procedimiento propuesto daría lugar al método de cálculo conocido como Método de los Elementos Finitos (MEF).

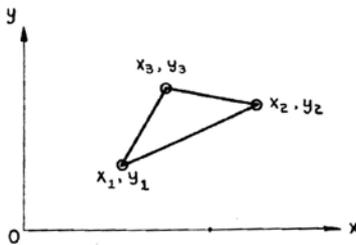


FIG. B-1. Triangular plate element with arbitrary node locations.

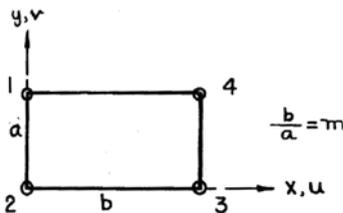


FIG. B-2. Node locations for rectangular plate element.

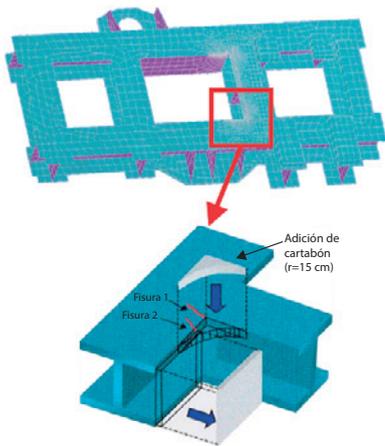
Figura 29. Primeros elementos finitos, triángulo y rectángulo, usados de forma pionera por Turner, Clough, Martin y Topp [28] (imágenes tomadas de la publicación original)

Al igual que ya se comentó con el concepto de tensor, el MEF se exporta desde la mecánica estructural a múltiples campos de la ingeniería y del conocimiento, como mecánica de fluidos, transmisión de calor, simulación del comportamiento del cuerpo humano, etc., lo que inicia una nueva era en las capacidades de cálculo, abundando en el significado de la *contribución* de la mecánica estructural al desarrollo de la ciencia y el conocimiento y el saber, en general.

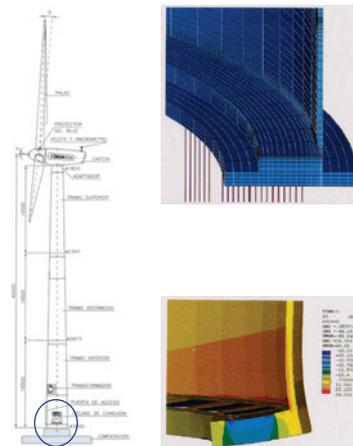
Las capacidades numéricas que se ponen de manifiesto con el MEF y otros métodos alternativos, como el método de los elementos de contorno (MEC) (París y Cañas[29]), permiten abordar problemas hasta ese momento inabarcables tanto en términos de estudiar geometrías complejas como en comportamientos de complicada modelización (comportamientos plástico, viscoelástico, no-isótropo, etc.).

A continuación (figura 30), se muestran imágenes de problemas resueltos con el MEF, todos ellos en el seno del GERM de la US, en el contexto de proyectos de investigación o transferencia de conocimientos.

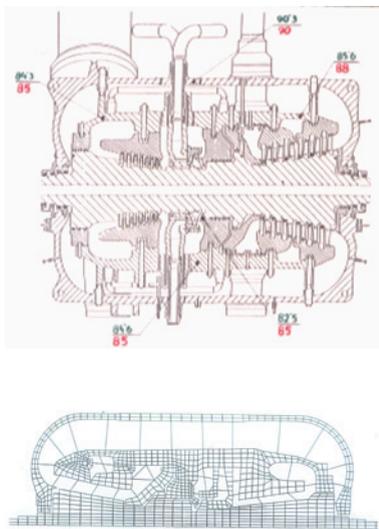
Las necesidades de ciertas parcelas de la ingeniería y los desarrollos tecnológicos apropiados traen a primera línea de interés una nueva familia de materiales conocidos como materiales compuestos o composites, que, desde su aparición, básicamente en el último tercio del siglo XX, atraen la atención de diferentes parcelas de la ingeniería, como la



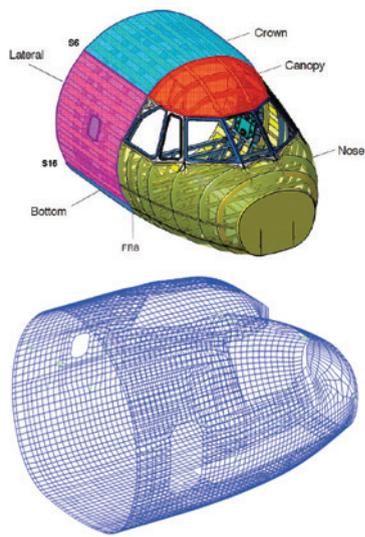
a) Modelo de elementos finitos de chasis de aerogenerador y propuesta de modificación



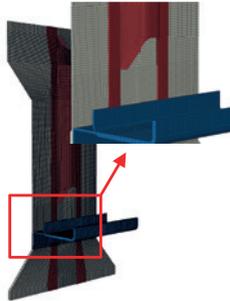
b) Base de la torre de un aerogenerador, modelo y resultados tensionales



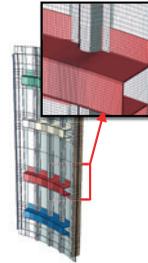
c) Planos y modelo de elementos finitos de una turbina térmica



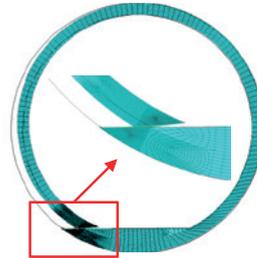
d) Cabina de avión, esquema y modelo de elementos finitos



e) Ensayo y modelo de elementos finitos de un componente con «run-out»

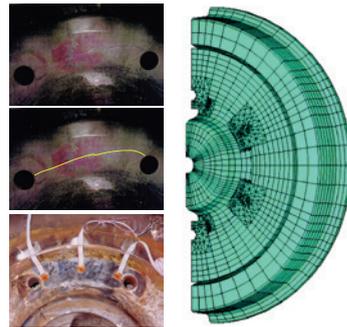


f) Ensayo y modelo de elementos finitos de un panel curvo a compresión



g) Estudio de rotura en un túnel ferroviario

Figura 30. Modelos de elementos finitos para la resolución de problemas ingenieriles llevados a cabo en el GERM de la US



h) Estudio de la rotura en una rueda de ferrocarril

aeronáutica, la aeroespacial, la naval, el transporte en general o las aplicaciones deportivas, entre otros muchos sectores.

Los composites consisten en combinar fibras minerales (vidrio, carbono...), orgánicas (Kevlar, poliamidas...) o metálicas (boro, aluminio...) de altísimas prestaciones mecánicas en términos de rigidez y resistencia, con una matriz polimérica (epoxy, poliéster, PEEK...), metálica (aleaciones ligeras de magnesio, aluminio o titanio) o cerámica (carbono...), que tienen la función de dar continuidad a las fibras y forma al componente que se desea obtener. La combinación emblemática y que ha acuñado el nombre de composites es la de fibra de carbono con resina epoxy. Se consigue, así, un componente de bajo peso y altas prestaciones mecánicas, ideal para su empleo en estructuras móviles que tienen posibilidad de sufrir consecuentemente un impacto. Se añade a estos materiales la característica de no sufrir corrosión y ser prácticamente indemnes a la fatiga, aspectos históricamente muy restrictivos del uso de los metales.

Naturalmente, no todo son ventajas. Los materiales compuestos son muy caros, hay que diseñar procedimientos de fabricación nuevos y no resulta fácil predecir las situaciones límites de comportamiento.

De nuevo aparece una característica básica de la ingeniería, ya enunciada anteriormente cuando hablábamos de la torre de los 300 metros: «Es necesario hacer diseños fiables y seguros incluso adelantándonos a un conocimiento

profundo del material y del comportamiento de la estructura hecha con ese material».

Cuando estas circunstancias se dan, hay que recurrir a la realización de ensayos que permitan dilucidar la naturaleza del problema bajo consideración (recuérdese el caso anteriormente mencionado de los ensayos del avión completo de los modelos Comet, aunque en este caso se llevaran a cabo *a posteriori*, tras los accidentes catastróficos sufridos). Así, surge –en este caso para ayudar en la concepción, diseño, cálculo y fabricación de un componente usado en la ingeniería aeronáutica/aeroespacial fabricado en material compuesto– el concepto de la pirámide de ensayos que se ilustra en la figura 31.



Figura 31. Pirámide de ensayos usada en la industria aeronáutica, ilustrada con ejemplos desarrollados en el GERM

En el nivel 5 aparecen, de izquierda a derecha: ensayo de tracción, ensayo de tenacidad a la fractura para determinar G_{IC} , ensayo ILTS (*inter laminar tensile strength*), ensayo de compresión después de impacto (CAI), ensayo Iosipescu, ensayo de flexión de sándwich. En el nivel 4 aparecen, de izquierda a derecha: ensayo de comportamiento a flexión de la transición laminado-sándwich, ensayo de *unfolding*, ensayo de cortadura en un panel y ensayo de comportamiento de la unión sándwich-metal. En el nivel 3 aparecen, de izquierda a derecha: ensayo de un borde de ataque, ensayo de tolerancia al daño sobre un panel curvo a tracción, ensayo de un *fan-cowl*. Finalmente, en el nivel 2 aparece el ensayo del cono de cola de un avión comercial de última generación.

Como se deduce de la figura, se trata de realizar ensayos a diferentes niveles, desde una simple probeta hasta la estructura completa (en este caso se ilustra sobre una aeronave), para obtener, en cada nivel, información que pueda ser utilizada para el diseño de ensayos representativos en el siguiente nivel, llegando al final a la estructura completa y minimizando así la posibilidad de tener comportamientos no esperados.

Aunque las ilustraciones que aparecen en la figura 31 corresponden a componentes de un avión (comercial en los casos ilustrados), la filosofía se extiende a cualquier aeronave, como se aprecia en la figura 32, donde se ve el ensayo de caída libre realizado en NASA-Langley sobre un helicóptero Apache con una estructura completa en fibra de carbono.

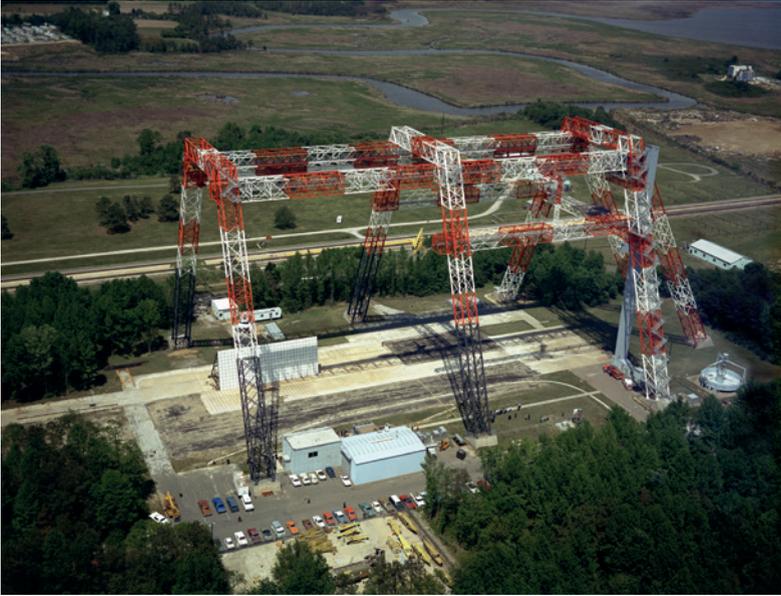


Figura 32. Impacto desde torre de caída de helicóptero Apache fabricado completamente en material compuesto de fibra de carbono

El objetivo fundamental del ensayo era verificar el correcto funcionamiento del mecanismo de absorción de energía en el impacto que permitiera proteger la integridad física de los tripulantes. Es evidente que los costosos ensayos de este nivel requieren de la realización de modelos físicos (típicamente usando el MEF) que soporten el éxito de lo que se pretende probar en el ensayo.

Uno de los problemas con las predicciones del comportamiento de las estructuras de material compuesto es que, a diferencia de los metales, donde en la actualidad existe un criterio de fin del comportamiento elástico plenamente aceptado (criterio de von Mises-Hencky-Nadai), no se dispone aún de algo equivalente para los materiales compuestos. Ello es así porque en el caso de los metales existe un mecanismo único a nivel de la estructura interna del material de fin del comportamiento elástico perfectamente identificado (la existencia de dislocaciones, sin las cuales no habría plastificación), y, lo que es más importante, porque dicho mecanismo está plenamente representado con una variable del modelo homogéneo equivalente del metal, cual es la energía del cambio de forma o energía de distorsión.

Esta situación no tiene equivalente directo en los materiales compuestos y no parece sencillo que la tenga. La complicada estructura interna de los composites genera, por un lado, un número elevado de mecanismos de daño (rotura de fibras, despegues fibra-matriz, arranque de fibras de la

matriz, deformaciones significativas en la matriz o rotura de la matriz, entre otros) que pueden interaccionar entre sí. Por otro lado, y lo que es más grave, no existe en muchos casos la capacidad de definir, al nivel de un modelo de material homogéneo (con el que se diseña cualquier componente de material compuesto de una estructura), la variable asociada a este nivel que represente correctamente el mecanismo de daño del material.

Es evidente, en todo caso, que un mejor conocimiento del material y sus mecanismos de daño necesariamente generará las condiciones para predecir, a través de criterios de fallo físicamente basados (París[30]), el comportamiento del material, sin necesidad de recurrir al tremendo trabajo que para garantizar la seguridad representa la pirámide de ensayos.

En esta línea, y considerando que el comienzo del daño siempre se produce al nivel de la estructura interna del material (al nivel de fibra y matriz), los primeros trabajos después de[30] consistieron en la caracterización, a través de modelos micromecánicos, de la generación y propagación de daño a través de la interfase fibra-matriz ante cargas de tracción (París *et al.*[31] y París *et al.*[32]), y compresión (Correa *et al.*[33]), involucrando el efecto de las tensiones residuales de curado (Correa *et al.*[34]). Estos estudios se complementan con los orientados a caracterizar los despegues en el sentido longitudinal de las fibras (Graciani *et al.*[35]). El análisis se completa estudiando la influencia de la estructura interna del material en

el entorno de la fibra donde aparece el primer daño (Sandino *et al.*[36]), e involucrando la presencia de un estado bidimensional de tensiones en la aparición de daño transversal en la lámina más expuesta (Zumaquero *et al.*[37]). Todo este conocimiento ha permitido dar por primera vez una explicación físicamente basada del *efecto escala* en materiales compuestos (París *et al.*[38], Velasco *et al.*[39]), involucrando los diferentes mecanismos de daño que aparecen cuando se usan láminas ultradelgadas y láminas de espesor convencional o gruesas. Precisamente, el uso de láminas ultradelgadas ha puesto de manifiesto la aparición de daños no observados en láminas de espesor convencional, lo que requiere su entendimiento y caracterización (Sánchez-Carmona *et al.*[40]).

Estos estudios se complementaron con otros a nivel mesomecánico para conectar los daños intralaminares con los daños entre láminas (París *et al.*[41], París *et al.*[42]). En todos los casos se presta especial atención a la conexión entre las predicciones obtenidas con modelos numéricos y las evidencias experimentales.

Una ilustración sobre la complejidad de los mecanismos de daño de los composites puede obtenerse jugando con el espesor de la lámina orientada 90 grados con respecto a la dirección de la carga, usando láminas ultradelgadas en todos los casos, para poder así comparar. En la figura 33, se recoge el primer daño que aparece en la lámina orientada 90 grados de un laminado $[0_{12}, 90, 0_{12}]$ sometido a tracción, habiéndose

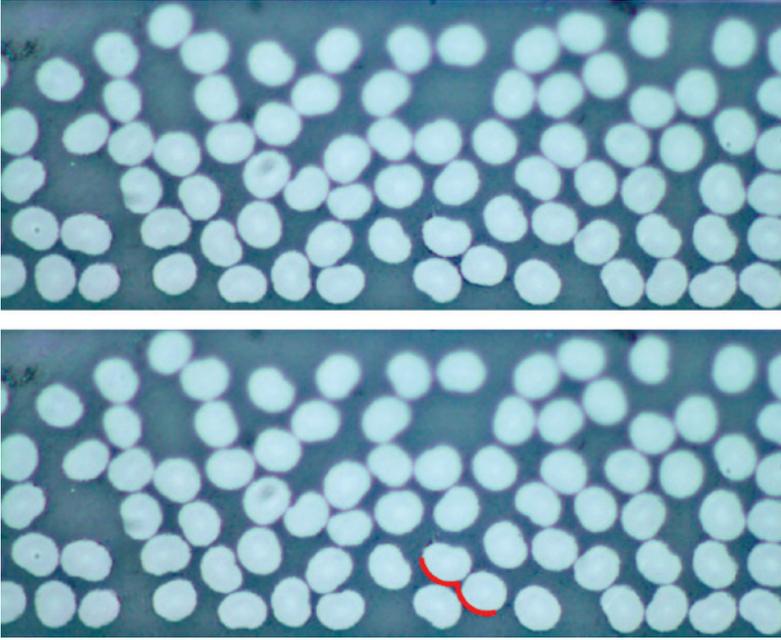


Figura 33. Despegues aislados en la lámina de 90 grados en un laminado *cross-ply* $[0_{12}, 90, 0_{12}]$ (imagen obtenida en el laboratorio del GERM)

usado láminas de 50 gsm con un espesor aproximado de 50 micras. El daño consiste en despegues aislados fibra-matriz en la lámina indicada, que se destacan en rojo para una mejor visualización.

En un laminado $[0_{12}, 90_{12}, 0_{12}]$, fabricado con el mismo material base (láminas de 50 gsm, lo que conlleva un espesor de la lámina orientada a 90 grados de 600 micras), el primer daño que aparece, para una deformación similar a la del laminado anterior, se presenta en la figura 34.

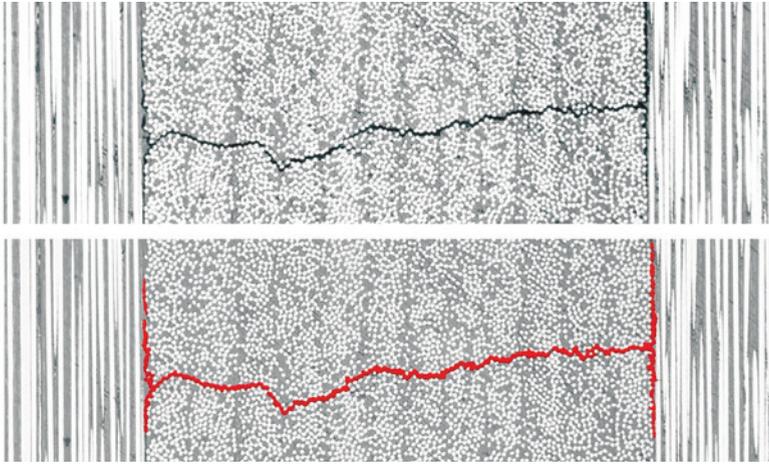


Figura 34. Grieta transversal en la lámina de 90 grados más daño entre láminas referenciable como grieta de delaminación para un laminado $[0_{12}, 90_{12}, 0_{12}]$ (imagen obtenida en el laboratorio del GERM)

Con este espesor (600 micras) de la lámina más débil, el primer daño observable es una grieta transversal completa en la lámina de 90 grados más delaminación evidente entre las láminas orientadas a 0 y 90 grados.

La trascendencia de los diferentes niveles de daño que se han observado en las figuras 33 y 34 en función del espesor de la lámina más expuesta a sufrir daño, la orientada 90 grados respecto a la dirección de la carga, es evidente. Mientras un daño consistente en despegues aislados en la lámina de 90 es algo «tolerable», no lo es el daño de delaminación asociado a la presencia de grieta transversal. La capacidad portante de un laminado con este daño frente a otros tipos de carga, como

compresión, flexión o torsión, puede verse muy afectada por la aparición del daño observado. Reducir la posibilidad de tener un daño como el mencionado se concretaría con el uso de láminas ultradelgadas, pero no es menos cierto que su uso encarece significativamente su producción, siendo en este caso resaltable la justificación hacia el uso de láminas gruesas que abaratarían significativamente el coste de producción de un componente. No cabe duda de que la solución de este balance ocupará una parcela significativa de investigación y desarrollo en el futuro inmediato.

Es evidente que no se puede diseñar una aeronave o algo de una complejidad equivalente recurriendo a los niveles de detalle de la estructura interna del material que se han venido indicando, pero también es evidente que solo con un conocimiento profundo de esta situación seremos capaces los ingenieros de hacer diseños que sigan siendo seguros, pero que a su vez sean más ligeros, con las implicaciones ambientales que ello tiene. Para esto hay mucho margen de mejora, pero solo se podrá alcanzar el objetivo con un conocimiento profundo del material, de su comportamiento y de sus mecanismos de daño.

Una cuestión de crucial importancia es la unión entre componentes de composites, así como entre composite y metal. El mayor problema es la capacidad de dictaminar, por medios no destructivos, la correcta ejecución de una unión. A tal efecto ha sido preciso desarrollar procedimientos para

la medida de las propiedades de la unión (en parámetros de mecánica de la fractura) (Castro *et al.*[43], Cañas *et al.*[44]), para aceptar la correcta ejecución de una unión en un determinado proceso de fabricación, materializados como se aprecia en la figura 35.

Adicionalmente a lo anterior, es preciso profundizar en la situación que se produce en las uniones bajo consideración debido a la presencia de diversos puntos en que nominalmente se alcanzan valores infinitos de la tensión en un enfoque de elasticidad lineal, pero sin presencia de una fisura. Enfoques basados en esta situación han sido tomados en consideración en el GERM (Barroso *et al.*[45]), definiendo factores de intensificación de tensiones generalizados y determinando sus correspondientes tenacidades a fractura generalizadas (Barroso *et al.*[46] y Vicentini *et al.*[47]).

En este contexto, el GERM lidera una iniciativa a nivel mundial que trata de revisar y actualizar los conceptos que se desarrollaron para los materiales metálicos y que han sido miméticamente aplicados a los materiales compuestos con especial énfasis en los aspectos relacionados con resistencia (Wisnom *et al.*[48]-[53]) y tenacidad y resiliencia (París *et al.*[54]-[55]).

La evolución de las necesidades de la civilización no da tregua. La aplicación de hidrógeno para resolver los problemas energéticos y de contaminación de la humanidad requiere un esfuerzo profundo en la parcela de la mecánica estructural en lo que concierne al uso de los materiales compuestos.

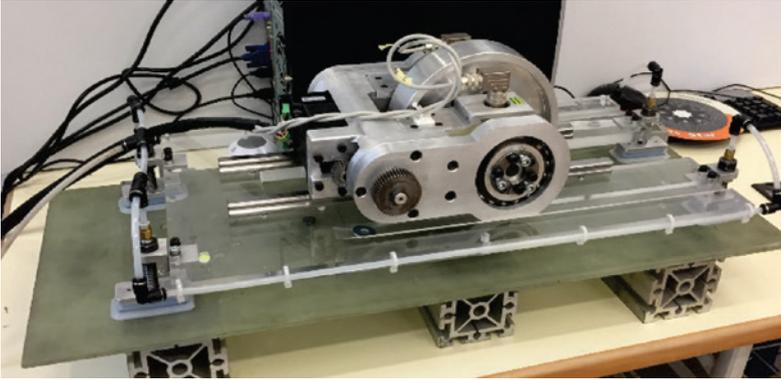


Figura 35. Dispositivos para la medida *in situ* de propiedades de un componente aeronáutico tras su fabricación

Las condiciones a las que debe encontrarse el hidrógeno para uso industrial de presión (700 bares y temperatura de 15 °C, para gas comprimido, y 4 bares y -250 °C, para hidrógeno líquido) requieren una investigación profunda del

comportamiento del material ante cargas biaxiales en presencia de condiciones criogénicas y garantizando la impermeabilidad de la estructura. En este caso, los tipos de daño observados con la presencia de láminas ultradelgadas, y mencionados anteriormente, representan una prometedora posibilidad de aplicación que con toda seguridad será investigada en los próximos años.

Las páginas precedentes han destacado los aspectos de los materiales compuestos que han representado una diferencia significativa con respecto a los metales en propiedades, comportamiento, cálculo y diseño. Sin embargo, en mi opinión, la mayor diferencia está en un aspecto conceptual que confiere una especial relevancia a las magnitudes que controlan el diseño. Tradicionalmente, el énfasis, cuando se empezaba a pensar en los materiales compuestos, era su novedoso carácter no-isótropo, lo que inundó de páginas los primeros libros sobre ellos. Sin embargo, dado que no experimentan comportamiento plástico, el fin del período elástico es el comienzo del daño, y ahí lo importante no es su carácter no-isótropo, sino el carácter no-homogéneo del material, carácter a diferentes niveles: láminas diferentes y diferentes materiales en una lámina. Este carácter no-homogéneo es el que juega el papel más significativo en la predicción del primer daño (sutil, pero casi inevitable en una estructura real), porque puede haber muchos mecanismos (ya mencionados) compitiendo e interaccionando entre sí.

Y es aquí donde surge un gran problema que tiene múltiples caras. La única variable que controla los mecanismos de daño es la energía. Lo que sucede es que en algún caso puede que sea posible expresar el valor crítico de esta energía a través de una de las variables más usadas para el diseño en estructuras: las tensiones o las deformaciones. Pero ello no debe confundir acerca de la necesidad de que se deben satisfacer condiciones sobre variables diferentes (e.g. energía y tensiones, o energía y deformaciones) para tener daño. Hay muchos mecanismos y todos controlados por la energía como variable conductora del comportamiento de una estructura de material compuesto. Es necesario, si se quiere ahondar en el diseño óptimo de estructuras de material compuesto, trabajar en la identificación de los mecanismos de daño y en su caracterización energética, y si es posible, habría que llevar esto al nivel de una simulación homogénea del material, que es el nivel al que se diseña un componente real.

La abrumadora disponibilidad de datos sobre todo tipo de aspectos del conocimiento aconseja una reflexión final sobre cómo esta cuestión puede afectar al valor del conocimiento acumulado en la mecánica estructural, así como a su evolución futura. Lo más destacado de las ideas presentadas que han perdurado en la historia (como las hipótesis de Cauchy y von-Mises, por ejemplo) ha logrado sobrevivir debido a que, aunque los proponentes no fueran conscientes de ello, las propuestas estaban fundamentadas en una

base física sólida. Como ingeniero, valoro y utilizo cualquier recurso que me ayude a crear diseños más seguros, fiables y económicos. Incluso si esa información proviene de pruebas experimentales, que en mi opinión son mucho más confiables que los complicados modelos que incluyen hipótesis sin base física. En este sentido llama poderosamente la atención que muchos autores se sorprendan de que los materiales y/o las estructuras no se comporten como sus modelos predicen, o lo que es peor, que, de acuerdo con las predicciones de sus modelos, nieguen la existencia de comportamientos experimentalmente comprobados. Solo cuando nuestras predicciones usen modelos con una sólida base física, y que cubran los mecanismos de daño de nuestro material, podremos tener confianza en la representatividad de nuestros cálculos y en la fiabilidad de nuestros diseños. Y para ayudar en todo ello sean bienvenidos los actuales y futuros nuevos conocimientos de manejo de datos e información.

Agradecimientos

Al equipo rectoral de la Universidad de Sevilla por la invitación a impartir esta lección inaugural del curso académico 2024-2025.

A mis compañeros del Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales por su ayuda en la elaboración de este documento.

A los componentes de la Editorial Universidad de Sevilla por su inestimable ayuda en la edición de este documento.

A mi familia, por su comprensión durante la elaboración de este documento durante el verano de 2024.

Referencias

- [1] Timoshenko, S.T. History of Strength of Materials, McGraw-Hill, 1953.[\[volver a pág. 14\]](#)
- [2] Todhunter, I., Pearson, K. A History of Theory of Elasticity and of Strength of Materials from Galilei to the present time. Cambridge University Press, 3 vols. 1886-1893.[\[volver a pág. 14\]](#)
- [2] Todhunter, I., Pearson, K. A History of Theory of Elasticity and of Strength of Materials from Galilei to the present time. Cambridge University Press, 3 vols. 1886-1893.[\[volver a pág. 36\]](#)
- [3] Charlton, T.M. A History of Theory of Structures in the Nineteenth Century. Cambridge University Press, 1982.[\[volver a pág. 14\]](#)
- [4] París, F. Teoría de la elasticidad, ed. GERM, tercera edición, 2000.[\[volver a pág. 25\]](#)

- [4] París, F. Teoría de la elasticidad, ed. GERM, tercera edición, 2000. [\[volver a pág. 36\]](#)
- [5] Navier, C.L. Resumen de lecciones impartidas en L'École de Ponts et Chaussées sobre la aplicación de la mecánica a construcciones y máquinas, con notas y apéndices de Barré de Saint-Venant, 1864. [\[volver a pág. 26\]](#)
- [6] Sokolnikoff I.S. Mathematical Theory of Elasticity. Krieger, 1992. [\[volver a pág. 37\]](#)
- [7] Fung Y.C. Foundations of Solid Mechanics. Prentice Hall, 1965. [\[volver a pág. 37\]](#)
- [8] Germain, P. Mécanique des milieux continus. Masson et cie., 1973. [\[volver a pág. 37\]](#)
- [9] Cañas, J., Graciani, E., Correa, E., Barroso, A. Justo, J. Elasticidad y resistencia de materiales: del punto a la estructura. ed. Univ. Sevilla, 2024. [\[volver a pág. 37\]](#)
- [10] Timoshenko, S.T. Resistencia de materiales, 2 tomos. Espasa Calpe, 1944. [\[volver a pág. 37\]](#)
- [11] Oden J.T., Ripperger E.A. Mechanics of Elastic Structures. McGraw-Hill, 1981. [\[volver a pág. 37\]](#)
- [12] Crandall S.H., Dahl N.C. An Introduction to the Mechanics of Solids. Second Edition, McGraw-Hill, 1978. [\[volver a pág. 37\]](#)
- [13] Koechlin M. La tour de 300 metres a l'exposition universelle de Paris. Schweizerische Bauzeitung, 13, pp. 23-28, 14, pp. 16-20, 1889. [\[volver a pág. 47\]](#)

- [14] Bures, C. La tour de 300 mètres. Ed. André Delcourt, 1988. [\[volver a pág. 47\]](#)
- [15] Griffith, A.A. The Phenomena of Rupture and Flow in Solids. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Vol. A221, 163-198, 1921. [\[volver a pág. 60\]](#)
- [16] Wieghardt, K., Über das Spalten und Zerreißen elastischer Körper. Zeitschrift für Mathematik und Physik, Vol. 55, No. 1-2, pp. 60-103, 1907. [\[volver a pág. 61\]](#)
- [17] Inglis, C.E., Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners. Transactions of the Institution of Naval Architects, Vol. 55, pp. 219-230, 1913. [\[volver a pág. 61\]](#)
- [18] Westergaard, H.M. Bearing pressures and cracks. Journal of Applied Mechanics, Vol. 6, pp. 49-53, 1939. [\[volver a pág. 61\]](#)
- [19] Irwin, G. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. Journal of Applied Mechanics, Vol. 24, pp. 361-364, 1957. [\[volver a pág. 62\]](#)
- [20] Erdogan, F. Fracture Mechanics. International Journal of Solids and Structures, Vol. 37, pp. 171-183, 2000. [\[volver a pág. 64\]](#)
- [21] García, I.G., Mantič, V., Blázquez, A., París F. Transverse crack onset and growth in cross-ply [0/90]_s laminates under tension. Application of a coupled stress and energy criterion. International Journal of Solids

- and Structures, 51 (23-24), pp. 3844-3856, 2014. [\[volver a pág. 65\]](#)
- [22] García I.G., Paggi M., Mantič, V. Fiber-size effects on the onset of fiber-matrix debonding under transverse tension: a comparison between cohesive zone and finite fracture mechanics models. *Engineering Fracture Mechanics*, 115, pp. 96-110, 2014. [\[volver a pág. 65\]](#)
- [23] Picón R., Cañas J.C., París F. The Huelva Pier of the Riotinto Railway: Description and Present situation. *Structural Repair and Maintenance of Historical Buildings*, Vol. II, CMP, pp. 289-303, 1991. [\[volver a pág. 70\]](#)
- [24] Cañas J.C., París F., Picón R., Puntas J.L. The Huelva Pier of the Riotinto Railway: Analysis and Repair. *Structural Repair and Maintenance of Historical Buildings*, Vol. II, CMP, pp. 305-319, 1991. [\[volver a pág. 70\]](#)
- [25] Gibson, T. The Huelva Pier of the Riotinto Railway. Excerpt Minutes of Proceedings of The Institution of Civil Engineers, Vol. LIII, Session 1877-1888, Part. III, London, 1878. [\[volver a pág. 71\]](#)
- [26] Chajes, A. Principles of Structural Stability Theory. Prentice Hall, 1974. [\[volver a pág. 71\]](#)
- [27] Winter, G. Lateral Stability of Unsymmetrical I-beams and Trusses in Bending. *Transactions of ASCE*, Vol. 108, 1943. [\[volver a pág. 71\]](#)
- [28] Turner, M. J., Clough, R. W., Martin H. C. and Topp, L. J. Stiffness and Deflection Analysis of Complex

- Structures. Journal of the Aeronautical Sciences, Vol. 23, No. 9, pp. 805-823, 1956. [\[volver a pág. 73\]](#)
- [28] Turner, M. J., Clough, R. W., Martin H. C. and Topp, L. J. Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures. Journal of the Aeronautical Sciences, Vol. 23, No. 9, pp. 805-823, 1956. [\[volver a pág. 74\]](#)
- [29] París F., Cañas J. Boundary Element Method: Fundamentals and Applications. Oxford University Press, 1997. [\[volver a pág. 75\]](#)
- [30] París F. A Study of Failure Criteria of Fibrous Composite Materials, NASA/CR-2001-210661, March 2001. [\[volver a pág. 83\]](#)
- [31] París, F., Correa, E., Cañas, J. Micromechanical view of failure in fibrous composites materials. Composites Science and Technology, Vol. 63, pp. 1041-1052, 2002. [\[volver a pág. 83\]](#)
- [32] París, F., Correa, E., Mantič, V. Kinking of transverse interface cracks between fibre and matrix. Journal of Applied Mechanics-Transactions of the ASME, Vol. 74, pp. 703-716, 2007. [\[volver a pág. 83\]](#)
- [33] Correa, E., Mantič V., París, F. A micromechanical view of inter-fibre failure of composite materials under compression transverse to the fibres. Composites Science and Technology, Vol. 68, pp. 2010-2021, 2008. [\[volver a pág. 83\]](#)

- [34] Correa, E., París, F., Mantič, V. Effect of thermal residual stresses on matrix failure under transverse compression at micromechanical level: A numerical and experimental analysis. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 43, pp. 87-94, 2012. [\[volver a pág. 83\]](#)
- [35] Graciani, E., Mantič, V., París, F., Varna, J. Numerical analysis of debond propagation in the single fibre fragmentation test. *Composites Science and Technology*, 69, pp. 2514-2520, 2009. [\[volver a pág. 83\]](#)
- [36] Sandino, C., Correa, E., París, F. A study of the influence of a nearby fibre on the interface crack growth under transverse compression in composite materials. *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 193, pp. 1-16, 2018. [\[volver a pág. 84\]](#)
- [37] Zumaquero P.L., Correa, E., Justo J., París F. Transverse biaxial tests on long fibre reinforced composites. *Composites Structures*, Vol. 297, 115868, 2022. [\[volver a pág. 84\]](#)
- [38] París, F., Velasco, M.L., Correa, E. The scale effect in composites: an explanation physically based on the different mechanisms of damage involved in failure. *Composites Structures*, 257, 113089, 2021. [\[volver a pág. 84\]](#)
- [39] Velasco M.L., Correa E., París F. Interaction between fibres in the transverse damage in composites.

- Engineering Fracture Mechanics, 239, 107273, 2020.
[\[volver a pág. 84\]](#)
- [40] Sánchez-Carmona, S., Mantic, V., Barroso, A., Correa, E., París, F. Non-conventional failures caused by the edge effect in cross-ply laminates made of ultra-thin plies. Composites Part B, 254, 110576, 2023.[\[volver a pág. 84\]](#)
- [41] París, F., Blázquez, A., McCartney, L.N., Mantič, V. Characterization and evolution of damage in [0/90]s laminates under tension. Part I: Numerical predictions. Composites Science and Technology, 70, (7), pp. 1168-1175, 2010.[\[volver a pág. 84\]](#)
- [42] París, F., Blázquez, A., McCartney, L.N., Barroso, A. Characterization and evolution of damage in [0/90]s laminates under tension. Part II: Experimental evidence. Composites Science and Technology, 70 (7), pp. 1176-1183, 2010.[\[volver a pág. 84\]](#)
- [43] Castro, M.M., Cañas, J., Santacruz, G., Justo, J.J., Cañas, A. Evaluación experimental de la calidad de una unión encolada composite-composite mediante ensayos de pelado. Congreso AEMAC, MATCOMP 17, San Sebastián, 2017.[\[volver a pág. 88\]](#)
- [44] Cañas, J., Távara, L., Blázquez, A., Estefani, A., Santacruz, G. A new in situ peeling test for the characterisation of composite bonded joints. Composites Part A, Vol. 113, pp. 298-310, 2018.[\[volver a pág. 88\]](#)

- [45] Barroso, A., París, F., Mantič, V. Representativity of the singular stress state in the failure of adhesively bonded joints between metals and composites. *Composites Science and Technology*, 69 (11-12), pp. 1746-1755, 2009.[volver a pág. 88]
- [46] Barroso, A., Vicentini, D., Mantič, V., París, F. Determination of Generalized Fracture Toughness in composite multimaterial closed corners with two singular terms - Part I: Test proposal and numerical analysis. *Engineering Fracture Mechanics*, 89, pp. 1-14, 2012. [volver a pág. 88]
- [47] Vicentini, D., Barroso, A., Justo, J., Mantič, V., París, F. Determination of Generalized Fracture Toughness in composite multimaterial closed corners with two singular terms - Part II: Experimental results. *Engineering Fracture Mechanics*, 89, pp. 15-23, 2012.[volver a pág. 88]
- [48] Wisnom, M., París, F. Online Workshop (9/Octubre/2020): «How do we define and measure Strength of a Composite». (<https://www.bristol.ac.uk/engineering/news/2020/composite-strength-workshop.html>)[volver a pág. 88]
- [49] Wisnom, M., Swolfs Y., París, F. Online Workshop (21/marzo/2021): «Measuring UD tensile strength and the factors affecting it». (<https://www.bristol.ac.uk/engineering/news/2021/tensile-strength-workshop.html>) [volver a pág. 88]

- [50] Wisnom, M., Swolfs Y., París, F. Online Workshop (14/octubre/2021): «Measuring UD compression strength and the factors affecting it». (<https://www.bristol.ac.uk/engineering/news/2021/ud-compression-strength-workshop.html>)[volver a pág. 88]
- [51] París, F., Wisnom M., Swolfs Y. Online Workshop (16/marzo/2022): «Measuring Shear Strength of composites and the factors affecting it». (<https://www.bristol.ac.uk/engineering/news/2022/fourth-international-workshop-in-the-measuring-strength-series.html>) [volver a pág. 88]
- [52] París, F., Wisnom M., Swolfs Y. Online Workshop (22/octubre/2022): «Measuring transverse strengths of composites and the factors affecting it». (<https://www.bristol.ac.uk/engineering/news/2022/fifth-international-workshop-in-the-measuring-strength-series.html>)[volver a pág. 88]
- [53] Wisnom, M., Swolfs Y., París, F. Online Workshop (28/marzo/2023): «How fibre-dominated strength of a multidirectional laminate relates to the strength of a UD composite». (<https://www.bristol.ac.uk/engineering/news/2023/sixth-international-workshop-in-the-measuring-strength-series.html>)[volver a pág. 88]
- [54] Swolfs, Y. , París, F., Wisnom M. Online Workshop (14/noviembre/2023): «Is fracture toughness applicable as a material property for composites?». (<https://>

www.bristol.ac.uk/engineering/news/2023/international-workshop-on-the-fracture-toughness-of-composites.html][volver a pág. 88]

- [55] París, F., Wisnom, M., Swolfs Y. Online Workshop (14/mayo/2024): «Mode I interlaminar fracture toughness and the factors affecting it». (<https://www.bristol.ac.uk/composites/news/2024/international-workshop-on-mode-i-toughness.html>)[volver a pág. 88]

FEDERICO PARÍS CARBALLO

Ingeniero industrial por la Universidad de Sevilla (1976) y doctor por la Universidad Politécnica de Madrid (1979), en la que obtuvo el Premio Extraordinario de Doctorado. Catedrático de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras desde 1981, está adscrito, desde 1982, al Departamento de Mecánica de Medios Continuos de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de la Universidad de Sevilla, de la que actualmente es profesor emérito. También ha sido profesor en la Universidad de Oxford (Reino Unido), en Virginia Tech (EE.UU.) y en el Lulea Institut of Technology (Suecia), así como investigador en el Nasa-Langley Research Center (EE.UU.).

Director de la Escuela de Ingenieros de Sevilla desde 2002 a 2006 y director de la Cátedra Airbus, con sede en la misma escuela, desde su creación en 2009, ha sido responsable del Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales (GERM) del Plan Andaluz de Investigación desde su creación.

Tiene más de 600 publicaciones entre libros, capítulos de libros, artículos de revista y contribuciones a actas de congresos. Ha participado en más de 100 proyectos de investigación y contratos de desarrollo de ámbito europeo, nacional o regional. Ha sido presidente de la Asociación Española de Materiales Compuestos (AEMAC) entre 1999 y 2005 y de la European Society for Composite Materials (ESCM) entre 2014 y 2016, además de *chairman* de numerosos congresos, *workshops* y reuniones de carácter internacional.

Fundó, junto a José Cañas, la *spin-off* TEAMS, nacida en los laboratorios del GERM y que recibió, entre otros reconocimientos, el Primer Premio de la Universidad de Sevilla de Iniciativas Empresariales y el Premio del periódico *Cinco Días* a la acción empresarial más ligada a la universidad española, ambos en 2009.

Entre los premios y reconocimientos recibidos, destacan, entre otros: doctor *honoris causa* por la Universidad Técnica de Cluj-Napoca, Rumanía (1997); mejor profesor de la Escuela de Ingeniería otorgado en numerosas ocasiones por los estudiantes en las titulaciones de Ingeniería Industrial, Aeronáutica y Civil; primer premio a la Investigación en Ingeniería Antonio de Ulloa de la Junta de Andalucía (2006); Premio a la Excelencia Docente (1998-99) de la Universidad de Sevilla; Premio Fundación García Cabrerizo; Medalla de Honor al Fomento de la Invención (2008); VI Premio a la Investigación Javier Benjumea Puigcerver, Universidad de Sevilla (2009); Premio Fama de la Universidad de Sevilla a la Trayectoria Investigadora en la Rama de Ingeniería y Arquitectura (2017).



UNIVERSIDAD D SEVILLA