

ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO:
300 PROBLEMAS TIPO TEST RESUELTOS



COLECCIÓN: MONOGRAFÍAS DE LA ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA

DIRECTOR DE LA COLECCIÓN

Rodríguez Rubio, Francisco. Universidad de Sevilla

CONSEJO DE REDACCIÓN

Arahal Junco, Consuelo. Universidad de Sevilla.

Carballar Rincón, Alejandro. Universidad de Sevilla.

Limón Marruedo, Daniel. Universidad de Sevilla.

Rodríguez Luis, Alejandro José. Universidad de Sevilla.

Rodríguez Rubio, Francisco. Universidad de Sevilla.

Salas Gómez, Francisco. Universidad de Sevilla.

COMITÉ CIENTÍFICO

Aracil Santonja, Javier. Universidad de Sevilla y Universidad de Málaga

Bernelli Zazzera, Franco. Politecnico di Milano

Chinesta, Francisco. École Centrale de Nantes

Félez Mindan, Jesús. Universidad Politécnica de Madrid

Gallego Sevilla, Rafael. Universidad Politécnica de Madrid

García-Lomas Jung, Francisco Javier. Universidad de Sevilla

Giner Maravilla, Eugenio. Universidad Politécnica de Valencia

González Díez, Isabel. Universidad de Sevilla

Montañés García, José Luis. Universidad Politécnica de Madrid

Montes Martos, Juan Manuel. Universidad de Sevilla

Navarro Esteve, Pablo José. Universidad Politécnica de Valencia.

Ollero de Castro, Pedro. Universidad de Sevilla

Verdú, Sergio. Princeton University

Joaquín Bernal Méndez

ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO: 300 PROBLEMAS TIPO TEST RESUELTOS



SEVILLA 2021

Serie: Ingeniería
Colección: Monografías de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería
de la Universidad de Sevilla
Núm.: 21

COMITÉ EDITORIAL:

Araceli López Serena
(Directora de la Editorial Universidad de Sevilla)
Elena Leal Abad
(Subdirectora)
Concepción Barrero Rodríguez
Rafael Fernández Chacón
María Gracia García Martín
Ana Ilundáin Larrañeta
María del Pópulo Pablo-Romero Gil-Delgado
Manuel Padilla Cruz
Marta Palenque Sánchez
María Eugenia Petit-Breuilh Sepúlveda
José-Leonardo Ruiz Sánchez
Antonio Tejedor Cabrera

Reservados todos los derechos. Ni la totalidad ni parte de este libro puede reproducirse o transmitirse por ningún procedimiento electrónico o mecánico, incluyendo fotocopia, grabación magnética o cualquier almacenamiento de información y sistema de recuperación, sin permiso escrito de la Editorial Universidad de Sevilla.

© Editorial Universidad de Sevilla 2021
C/ Porvenir, 27 - 41013 Sevilla.
Tlfs.: 954 487 447; 954 487 451; Fax: 954 487 443
Correo electrónico: eus4@us.es
Web: <<https://editorial.us.es>>

© Joaquín Bernal Méndez 2021

Impreso en papel ecológico
Impreso en España-Printed in Spain

ISBN 978-84-472-3104-1
Depósito Legal: SE 406-2021

Diseño de cubierta: Santi García Hernández
Maquetación: Joaquín Bernal Méndez
Impresión: Podiprint

A María Ángeles

A mis padres

Agradecimientos

Aunque este manuscrito tiene la firma de un solo autor, cumple con la regla general de que ninguna obra puede atribuirse enteramente a una sola persona. En efecto, es obligado y de justicia reconocer la influencia de mis maestros. Entre ellos, Rafael Márquez, Manuel Horno y Francisco Medina. Personas que, con su ejemplo y buen hacer, supieron transmitirme su pasión por la enseñanza y por la búsqueda constante del rigor y la excelencia. El mayor o menor grado de éxito que yo haya podido alcanzar en mi labor docente es atribuible en gran medida a ellos.

Quisiera también expresar muy especialmente mi agradecimiento a mis compañeros del Departamento de Física Aplicada III de la Universidad de Sevilla. Nuestras innumerables discusiones y charlas de café me han hecho crecer como profesor, como científico y como persona.

Mi mujer, María Ángeles, y mis tres hijos, Ángela, Eloy y Celia, han hecho posible un ambiente familiar lleno de cariño, alegría y apoyo incondicional que ha sido prolongación del ambiente en que me crié con mis padres y mis hermanos. Todos ellos son coautores de la persona que soy y, por lo tanto, de esta obra.

Prefacio

En este manuscrito se presenta una colección de problemas de tipo test sobre Electricidad y Magnetismo con su solución comentada. Se trata de problemas enfocados a evaluar la comprensión de los conceptos básicos y fundamentales de la Electricidad y el Magnetismo para un primer curso de Física de una titulación universitaria de las ramas científicas o de ingeniería. En general, se evitan problemas cuyas soluciones requieran una complicada elaboración o un nivel matemático alto. También se evitan normalmente cuestiones cuya resolución requiera del simple empleo de una fórmula donde se sustituyen términos. Por el contrario, se presentan los conceptos y leyes físicas que es imprescindible dominar en cada tema bajo diferentes prismas y enfoques, de manera que se facilite al estudiante la comprensión de sus implicaciones profundas. Se trata de esta forma de que el estudiante descarte una concepción errónea muy habitual del aprendizaje de la Física, en la que se huye del razonamiento y se busca un entrenamiento en técnicas de resolución mecánica para unos pocos problemas tipo.

La mayor parte de los problemas de esta colección ha formado parte de alguno de los exámenes escritos de la asignatura Física II del Grado de Ingeniería de Tecnologías Industriales de la Universidad de Sevilla. En este sentido, este manual pretende ser una guía y referencia para la autoevaluación de estudiantes de asignaturas de similar nivel. Por otro lado, también aspira a ser de utilidad a profesores y educadores que necesiten elaborar exámenes, pruebas de evaluación continua o herramientas de autoevaluación del tipo de las que se requieren por ejemplo en los entornos de enseñanza y evaluación telemática que tan en boga se encuentran en la actualidad.

Índice

Agradecimientos	v
Prefacio	vii
Índice	ix
1. Fuerzas eléctricas y campo eléctrico	1
1.1. <i>Cargas puntuales</i>	1
1.2. <i>Distribuciones continuas de carga</i>	8
1.3. <i>Ley de Gauss</i>	18
1.4. <i>Conductores en equilibrio electrostático</i>	34
2. Potencial Eléctrico	41
2.1. <i>Potencial de cargas puntuales</i>	41
2.2. <i>Potencial asociado a un campo eléctrico</i>	46
2.3. <i>Potencial de distribuciones continuas de carga</i>	48
2.4. <i>Potencial, trabajo y energía</i>	57
2.5. <i>Determinación del campo eléctrico a partir del potencial</i>	74
2.6. <i>Potencial de conductores en equilibrio electrostático</i>	80
3. Capacidad y Dieléctricos	83
3.1. <i>Capacidad</i>	83
3.2. <i>Energía eléctrica almacenada en un condensador</i>	92
3.3. <i>Asociación de condensadores</i>	94
3.4. <i>Dieléctricos</i>	100
4. Corriente Eléctrica	117
4.1. <i>Intensidad de corriente</i>	117
4.2. <i>Ley de Ohm y resistencia de un hilo conductor</i>	120
4.3. <i>Dependencia de la resistencia con la temperatura</i>	126
4.4. <i>Potencia disipada por efecto Joule y baterías</i>	130
4.5. <i>Baterías reales: resistencia interna</i>	135

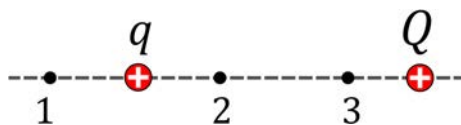
5. Campo Magnético	143
5.1. Fuerza de Lorentz	143
5.2. Fuerza y momento del campo magnético sobre corrientes filiformes	147
5.3. Ley de Biot-Savart	153
5.4. Fuerza entre corrientes	168
5.5. Magnetismo en la materia	176
6. Inducción electromagnética.....	179
6.1. Flujo magnético, Ley de Faraday y Ley de Lenz	179
6.2. Cálculo de fem e intensidad inducidas. Fuerza y potencia	196
6.3. Transformadores y generadores.....	212
6.4. Autoinducción y energía almacenada en un inductor	216
6.5. Inductancia mutua.....	220
Bibliografía	227

1. FUERZAS ELÉCTRICAS Y CAMPO ELÉCTRICO

1.1. Cargas puntuales

1.1.- La figura muestra dos cargas puntuales q y Q positivas y con $Q > q$. Se ha colocado una carga q' en uno de los puntos señalados, situados sobre la línea recta que las une, y se ha encontrado que la fuerza que q y Q ejercen sobre ella es nula. Indique cuál es el único punto donde esto es posible.

- A. En el punto 1.
- B. En el punto 2.
- C. En el punto 3.
- D. Depende del signo de q' .



Para que la fuerza sobre la carga sea nula es preciso que el campo eléctrico que crean las otras dos cargas en ese punto sea nulo. Hay que recordar que el campo eléctrico es una magnitud vectorial y que el campo total en cada punto es la suma como vectores de los campos de las dos cargas. Por tanto, para que haya un punto de campo eléctrico nulo es preciso que en ese punto los campos de las dos cargas tengan sentidos contrarios, lo que descarta el punto 1. Esta condición sí se cumple en 2 y en 3. Para que el campo se anule en esos puntos los campos de ambas cargas deben tener además el mismo módulo. Entonces, dado que el campo eléctrico de una carga en un punto es proporcional al valor de la carga e inversamente proporcional a la distancia del punto a la carga al cuadrado, el punto 3 queda descartado. Esto se debe a que es un punto más próximo a la carga mayor que a la menor y por tanto en ese punto el campo eléctrico de la carga mayor ha de ser necesariamente mayor que el de la más pequeña. En el punto 2, sin embargo, sí es posible que los campos sean iguales, ya que ese punto está más cerca de la carga más pequeña que de la mayor.

Solución: B

1.2.- La figura muestra dos cargas puntuales, una positiva de valor q y otra negativa de valor $-Q$, donde $Q > q$. Sobre la línea recta que pasa por ambas cargas se ubican cuatro puntos que se han numerado en la figura. Indique cuál de esos puntos es el único sobre el que podría ser nulo el campo eléctrico creado por ambas cargas.

- A. El punto 1
- B. El punto 2
- C. El punto 3
- D. El punto 4

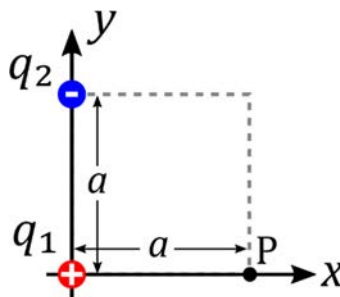


De acuerdo con el Principio de Superposición, el campo eléctrico en un punto es la suma vectorial de los campos eléctricos de las dos cargas. Entonces, para que el campo eléctrico sea nulo en un punto es preciso que los vectores campo de cada carga en ese punto tengan sentidos contrarios. Esto no se da en los puntos 2 y 3, por lo que quedan descartados. En los puntos 1 y 4 los campos de ambas cargas sí tienen sentidos contrarios. Entonces, hay que examinar el siguiente requisito para que el campo eléctrico total sea nulo: que los módulos sean iguales. Recordando que el módulo del campo eléctrico que crea una carga puntual es proporcional a la carga e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre el punto y la carga, podemos inferir que el campo neto no puede ser nulo en el punto 1. En efecto, en el punto 1 el módulo del campo eléctrico de la carga positiva es necesariamente menor que el de la carga negativa, ya que la carga positiva no solo está más lejos del punto 1 sino que además es de menor magnitud. Esto hace imposible que la suma vectorial de ambos campos sea nula. La única opción posible es entonces la del punto 4. En ese punto, el menor valor de la carga positiva se podría compensar con su mayor cercanía al punto, de manera que la suma de los campos de ambas cargas fuese nula.

Solución: D

1.3.- En dos vértices de un cuadrado de lado a hay dos cargas puntuales de distinto signo, tal como muestra la figura. ¿Qué valor debe tener la carga q_2 para que sea nula la componente x del campo eléctrico que crean ambas cargas en el punto P?

- A. $q_2 = -2q_1$.
- B. $q_2 = -\sqrt{2}q_1$.
- C. $q_2 = -2\sqrt{2}q_1$.
- D. $q_2 = -q_1$.



El campo eléctrico que q_1 crea en P es:

$$\vec{E}_1 = k \frac{q_1}{a^2} \vec{i}$$

El campo eléctrico que q_2 crea en P está dirigido desde P hacia q_2 , por tanto forma un ángulo $\alpha = 45^\circ$ con el eje x . Entonces, tendrá dos componentes:

$$\vec{E}_2 = k \frac{q_2}{2a^2} (\vec{i} \cos \alpha + \vec{j} \sin \alpha)$$

Donde se ha tenido en cuenta que la distancia de q_2 a P es $\sqrt{2}a$ (diagonal del cuadrado de lado a). En esta expresión puede comprobarse que el sentido del campo \vec{E}_2 es correcto si se considera que $q_2 < 0$. Entonces, para hallar q_2 basta imponer que la suma de las componentes del campo eléctrico en el eje x sea nula ($E_1 + E_{2x} = 0$):

$$\frac{kq_1}{a^2} + \frac{kq_2}{2a^2} \cos \alpha = 0 \rightarrow q_2 = -\frac{2q_1}{\cos \alpha} = -\frac{4q_1}{\sqrt{2}} = -2\sqrt{2}q_1$$

Donde se ha hecho uso de que $\cos \alpha = \cos 45^\circ = \sqrt{2}/2$.

Solución: C

1.4.- Sea una carga puntual q_0 está situada en el origen de coordenadas. Debido a la presencia de otras dos cargas puntuales (q_1 y q_2) la carga q_0 experimenta una fuerza $\vec{F} = 2\vec{i} - 18\vec{j}$ (mN), donde \vec{i} y \vec{j} son los vectores unitarios del eje x y del eje y respectivamente. Las coordenadas de posición de q_1 y q_2 son $\vec{r}_1 = x\vec{i}$ y $\vec{r}_2 = y\vec{j}$, con $x > 0$ e $y > 0$. ¿Cuál de las siguientes condiciones sobre los valores y posiciones de las cargas q_1 y q_2 es compatible con la fuerza que existe sobre q_0 ?

- A. $q_1 = q_2$ y $x = 3y$.
- B. $q_1 = -q_2$ y $x = 3y$.
- C. $3q_1 = q_2$ y $x = y$.
- D. $3q_1 = -q_2$ y $x = y$.

La fuerza tiene una componente x positiva. Esto exige que q_1 , que está sobre la parte positiva del eje x , ejerza una fuerza atractiva sobre la carga en el origen q_0 . Entonces q_1 tiene signo contrario a q_0 . Por otro lado, la componente y de la fuerza es negativa. Eso implica que la fuerza de q_2 sobre q_0 es repulsiva, ya que q_2 está sobre la parte positiva del eje y . Por lo tanto q_0 y q_2 tienen el mismo signo. Se deduce entonces que q_1 y q_2 son de signos opuestos.

Por otra parte, de acuerdo con la Ley de Coulomb, la fuerza entre dos cargas puntuales es proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre las cargas. Según se nos indica en el enunciado la componente y de la fuerza es 9 veces la componente x . Dos cargas q_1 y q_2 a la misma distancia de q_0 siendo una carga 3 veces mayor que la otra darían lugar a fuerzas que diferirían solamente en un factor 3. Sin embargo, el cociente de fuerzas sí sería 9 si ambas son de la misma magnitud pero q_1 está a una distancia de q_0 igual a tres veces la distancia de q_2 a q_0 . Una manera de expresar este razonamiento matemáticamente es obtener el cociente de las

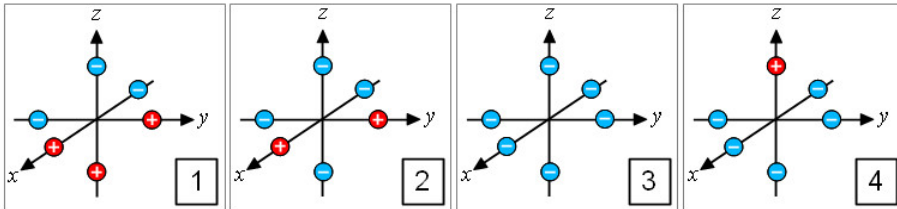
componentes de la fuerza que q_1 y q_2 ejercen sobre q_0 y exigir que este cociente sea: $F_y/F_x = -18/2 = -9$. Es decir:

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y = k \frac{q_1 q_0}{x^2} \vec{i} + k \frac{q_2 q_0}{y^2} \vec{j} \rightarrow \frac{F_y}{F_x} = \frac{q_2 x^2}{q_1 y^2} = -9.$$

Está claro que esta condición se cumple con $q_1 = -q_2$ y $x = 3y$.

Solución: B

1.5.- Las cuatro figuras adjuntas muestran seis cargas puntuales iguales, cada una de valor $+Q$ ó $-Q$, situadas sobre los ejes cartesianos todas a la misma distancia del origen. Indique cuál de las siguientes relaciones entre los módulos del campo eléctrico creado por las seis cargas en el origen es cierta.



- A. $E_1 = E_2 = E_3 = E_4$
- B. $E_3 > E_4 > E_2 > E_1$
- C. $E_1 > E_2 > E_4 > E_3$
- D. $E_1 = E_3 > E_2 > E_4$

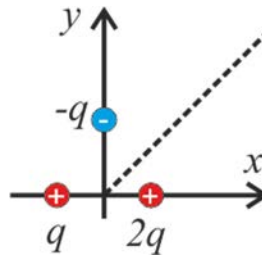
El campo eléctrico es una magnitud vectorial y hay que sumarla como tal. Como las cargas son de igual magnitud, cada pareja de cargas situada en un mismo eje crea en el origen de coordenadas un campo eléctrico que es nulo cuando las cargas son del mismo signo. Si por el contrario las cargas son de signo contrario el campo tendrá la dirección del eje que las une, y el módulo será el doble del que crea una sola de las cargas en el origen.

Se deduce entonces que el campo eléctrico en el origen es nulo para el caso 3. En el caso 4 el campo en el origen solamente tendrá dirección según el eje z. En el caso 2 el campo tendrá un módulo mayor, ya que en el origen tiene dos componentes (x e y), cada una con el mismo módulo que la componente del caso 3. El campo en el origen en el caso 1 es a su vez mayor que en el caso 2, ya que tiene tres componentes sobre los tres ejes que son iguales a las componentes de los dos casos anteriores.

Solución: C

1.6.- La figura muestra tres cargas puntuales cuyos signos y valores se indican (con $q = 10 \text{ nC}$). Cada una de las cargas se encuentra a una distancia de 10 cm de cualquiera de las otras dos. La línea discontinua que se representa parte del origen de coordenadas, que es equidistante de las dos cargas positivas, y forma un ángulo de 45 grados con el eje x . Calcule el módulo del campo eléctrico que las tres cargas crean en un punto situado sobre esa línea y a 20 m del origen de coordenadas. **Dato:** $k = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

- A. 9 N/C
- B. 450 mN/C
- C. 225 mN/C
- D. 0.9 N/C



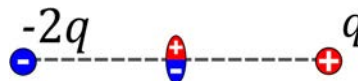
En principio, cualquier problema de cálculo del campo eléctrico de un sistema de cargas puntuales se resuelve simplemente por adición vectorial de los campos eléctricos de cada una de las cargas, gracias al Principio de Superposición. Sin embargo, en este caso puede irse un paso más allá para simplificar los cálculos. En efecto, el punto donde se pide el campo eléctrico se encuentra a una distancia que es 200 veces mayor que la distancia entre cargas puntuales. Entonces, la distribución de cargas, vista desde ese punto campo, puede modelarse con muy buena aproximación como una sola carga puntual con carga total igual a la carga neta de la distribución: $Q = 2q$. Para ese modelo el módulo del campo eléctrico es simplemente:

$$E = k \frac{2q}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{2 \times 10^{-8} \text{C}}{(20 \text{ m})^2} = 45 \times 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Solución: B

1.7.- Un dipolo eléctrico se coloca en la línea recta que une dos cargas puntuales fijas y a la misma distancia de ambas, tal como se muestra en la figura. Los valores de estas cargas se indican también en la figura. Se permite al dipolo girar, pero no desplazarse. Una vez que el dipolo alcanza su orientación de equilibrio, ¿Cómo es la fuerza que experimenta debida a las dos cargas?

- A. Hacia la izquierda.
- B. Hacia la derecha.
- C. Nula.
- D. Hacia arriba.



Un dipolo eléctrico al que se le permite girar se orientará siempre paralelo al campo eléctrico externo. En este caso, el campo creado por las cargas va de derecha a izquierda

(de la carga positiva a la negativa), por lo que el dipolo quedará orientado con su carga positiva hacia la izquierda. Una vez orientado con el campo externo, un dipolo eléctrico experimenta una fuerza que tiende a desplazarlo hacia la zona donde el campo eléctrico es más intenso. En este caso, como la carga negativa es mayor que la positiva el campo eléctrico es más intenso hacia la izquierda. Por tanto, el dipolo debe experimentar una fuerza en esa dirección. Una forma de verificar esto con mayor rigor es calcular la fuerza total de ambas cargas sobre el dipolo una vez que éste ha girado. Si suponemos, por ejemplo, que la carga del dipolo es q_0 y la distancia entre las dos cargas del dipolo es $2a$, y llamamos x a la distancia que existe entre cada carga y el dipolo, se puede expresar la fuerza neta sobre el dipolo que ejerce cada una de las dos cargas puntuales de la siguiente manera:

$$\vec{F}_- = -\frac{k2qq_0}{(x-a)^2}\vec{i} + \frac{k2qq_0}{(x+a)^2}\vec{i}$$

$$\vec{F}_+ = k\frac{qq_0}{(x-a)^2}\vec{i} - \frac{kqq_0}{(x+a)^2}\vec{i}$$

Donde \vec{F}_- es la fuerza que ejerce sobre el dipolo la carga negativa, \vec{F}_+ es la fuerza que ejerce la carga positiva y \vec{i} es un vector unitario en la dirección de la línea que une las dos cargas y con sentido hacia la derecha. Sumando ambas fuerzas obtenemos:

$$\vec{F}_- + \vec{F}_+ = -kqq_0 \left[\frac{1}{(x-a)^2} - \frac{1}{(x+a)^2} \right] \vec{i}$$

Puede observarse que esta fuerza tiene el sentido de $-\vec{i}$, es decir, es hacia la izquierda.

Solución: A

1.8.- Sea un sistema de tres cargas puntuales situadas sobre una circunferencia de radio R ¿Es posible estimar el módulo del campo eléctrico que crean las tres cargas usando la siguiente expresión?

$$E = k \frac{q_1 + q_2 + q_3}{r^2}$$

Donde r es la distancia desde el centro de la circunferencia al punto donde se mide el campo.

- A. No es posible en ningún caso dado el carácter vectorial del campo eléctrico.
- B. Sí, en cualquier punto del espacio, gracias al Principio de Superposición.
- C. Sí, pero solamente para puntos tales que $r \gg R$.
- D. Sí, pero solamente es correcto cerca del centro de la circunferencia.

El Principio de Superposición establece que el campo eléctrico debido a las tres cargas es la suma de los campos eléctricos de cada una de las cargas. Ahora bien, se trata de una **suma vectorial**, es decir, que la expresión correcta en todos los puntos del espacio sería:

$$\vec{E} = k \frac{q_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + k \frac{q_2}{r_2^2} \hat{r}_2 + k \frac{q_3}{r_3^2} \hat{r}_3$$

Donde \vec{r}_i ($i = 1,2,3$) es el vector que une la carga i con el punto campo, r_i es el módulo de ese vector y $\hat{r}_i = \vec{r}_i/r_i$, es decir, es un vector unitario con la dirección y sentido de \vec{r}_i . Se concluye entonces que la expresión propuesta en el enunciado no es correcta en todos los puntos del espacio. Sin embargo, si nos colocamos en puntos muy alejados del centro de la esfera ($r \gg R$) se cumplirá que $\vec{r}_i \approx \vec{r} \forall i$. Es decir, los vectores de posición del punto campo respecto al origen y respecto a cada una de las cargas son prácticamente iguales. En esas circunstancias, la expresión propuesta en el enunciado resulta ser una buena aproximación de la expresión correcta que hemos escrito arriba. En efecto, resulta intuitivo que en puntos muy alejados de la distribución de cargas el campo eléctrico de las tres cargas puntuales debe ser igual que el campo eléctrico que crea una sola carga puntual de valor igual a la suma de las cargas y situada en el centro de la circunferencia.

Solución: C