

LAS MATEMÁTICAS DE LA ANTIGÜEDAD Y SU CONTEXTO HISTÓRICO

CARLOS MAZA GÓMEZ

Editorial Universidad de Sevilla

LAS MATEMÁTICAS DE LA ANTIGÜEDAD Y SU CONTEXTO HISTÓRICO

CARLOS MAZA GÓMEZ



SEVILLA 2016

Serie: Historia y Geografía

COMITÉ EDITORIAL:

José Beltrán Fortes
(Director de la Editorial Universidad de Sevilla)

Manuel Espejo y Lerdo de Tejada
Juan José Iglesias Rodríguez
Juan Jiménez-Castellanos Ballesteros
Isabel López Calderón
Juan Montero Delgado
Lourdes Munduate Jaca
Jaime Navarro Casas
M^a del Pópulo Pablo-Romero Gil-Delgado
Adoración Rueda Rueda
Rosario Villegas Sánchez

Reservados todos los derechos. Ni la totalidad ni parte de este libro puede reproducirse o transmitirse por ningún procedimiento electrónico o mecánico, incluyendo fotocopia, grabación magnética o cualquier almacenamiento de información y sistema de recuperación, sin permiso escrito de la Editorial Universidad de Sevilla.

Edición digital de la primera edición impresa de 2000

© EDITORIAL UNIVERSIDAD DE SEVILLA 2016
C/. Porvenir, 27 - 41013 Sevilla.
Tlfs.: 954 487 447; 954 487 451; Fax: 954 487 443
Correo electrónico: eus4@us.es
Web: <<http://www.editorial.us.es>>

© CARLOS MAZA GÓMEZ 2016
ISBNe: 978-84-472-1631-4

Digitalización y realización interactiva:
Fernando Fernández. ed-Libros

Índice

INTRODUCCIÓN	9
1. MESOPOTAMIA	15
1.1. Marco geográfico	19
1.2. Comienzo de la agricultura y la ganadería	19
1.3. Evolución de los edificios	23
1.4. La utilización de los calculi	24
1.5. Dinastías arcaicas	28
1.6. La evolución de la escritura	34
1.7. Sargón I y el imperio acadio	37
1.8. Operaciones aritméticas elementales	37
1.9. Los reinos del segundo milenio	45
1.10. Resolución de ecuaciones	52
1.11. Problemas geométricos	55
1.12. El ocaso de Mesopotamia	62
2. EGIPTO	69
2.1. Marco geográfico	73
2.2. Antes del Imperio Antiguo	75
2.3. El Imperio Antiguo	77
2.4. Las primeras herramientas matemáticas	81
2.5. Las pirámides y su geometría	86
2.6. El Imperio Medio	94
2.7. Las fracciones en el papiro Rhind	97
2.8. El Imperio Nuevo	113
3. CHINA	117
3.1. Marco geográfico	121
3.2. La protohistoria: Yangshao y Longshan	121
3.3. Dinastía Shang	122
3.4. Escritura y numeración	124
3.5. Dinastía Chou	129
3.6. El teorema del kou-ku	133
3.7. Dinastía Ch'in	138
3.8. Fracciones y proporciones	141



3.9. Dinastía Han	146
3.10.Últimos desarrollos matemáticos.....	149
4. INDIA	155
4.1. Marco geográfico	159
4.2. Protohistoria: La cultura de Harappa	161
4.3. Período védico	163
4.4. La construcción de altares védicos	164
4.5. Período brahmánico	175
4.6. Las matemáticas jainas.....	179
4.7. Ashoka y el imperio Maurya	184
4.8. Las dinastías locales	186
4.9. El sistema de numeración decimal y sus cifras.....	186
4.10.El imperio Gupta.....	189
4.11.Matemáticas en la era Gupta	192
5. GRECIA ARCAICA	197
5.1. Civilización minoica.....	201
5.2. Civilización micénica.....	206
5.3. La edad oscura y las invasiones	208
5.4. El establecimiento de las polis.....	212
5.5. Atenas y la democracia	217
5.6. La aritmética y Pitágoras	219
5.7. La geometría y Tales	227
5.8. Anaximandro y Anaxímenes	236
6. GRECIA CLÁSICA	239
6.1. Las guerras greco-persas	243
6.2. El dominio de Atenas	246
6.3. Tratamiento de los inconmensurables.....	250
6.4. La cuadratura del círculo.....	257
6.5. Zenón y las paradojas del continuo.....	263
6.6. La ascensión de Esparta y Tebas.....	264
6.7. La duplicación del cubo	268
6.8. La filosofía platónica de las Matemáticas.....	271
6.9. De Platón a Aristóteles: El sistema del mundo	273
7. ALEJANDRÍA Y EL MUNDO HELENÍSTICO	279
7.1. La acción de Alejandro el Grande	283
7.2. El Egipto de los Ptolomeos	288
7.3. La Alejandría de los Ptolomeos.....	294
7.4. Euclides y sus "Elementos"	298
7.5. Otros matemáticos alejandrinos.....	304
7.6. Arquímedes de Siracusa.....	310
7.7. La obra matemática de Ptolomeo	318

Introducción

La Historia de las Matemáticas es un campo que conoce actualmente, no sólo una progresiva profundización, sino una creciente extensión. Habiendo interesado inicialmente a algunos matemáticos que tenían por objetivo alcanzar una mayor fundamentación en su saber, la Historia de las Matemáticas es de aplicación creciente entre maestros, profesores y educadores matemáticos en general.

Si estos educadores se acercaron al análisis histórico de los contenidos matemáticos fue, en principio, con la esperanza de que dicho análisis les permitiera entender mejor el conjunto de errores en que incurrieran los estudiantes. La noción de “obstáculo epistemológico” vino a concretar esta inquietud. Este obstáculo es el que provenía del mismo desarrollo del conocimiento matemático y no se debía específicamente a otra fuente de error (distracciones, deficientes aprendizajes previos). Uno de los ejemplos más típicos consistía en que un buen aprendizaje de la multiplicación entre números naturales llevaba inevitablemente aparejada la creencia en que esta operación aumentaba el tamaño de los números, hecho que contrastaba con lo que sucedía al multiplicar más adelante por números decimales menores que la unidad.

Las Matemáticas, al desarrollarse a través del tiempo, habían conocido dichos obstáculos y era de prever que volviesen a aparecer entre los estudiantes cuando se enfrentasen a los mismos conocimientos. Todo ello partía del supuesto de que la ontogénesis del conocimiento resumía la filogénesis del mismo, de manera que su desarrollo en un estudiante resumía el mismo desarrollo de este conocimiento a través del tiempo.

En todo este planteamiento se han detectado, actualmente, unos límites. No existe este paralelismo “sensu stricto” porque, entre otras cosas, el conocimiento del estudiante se apoya en otros previos, muchos de los cuales no siguen fielmente el devenir histórico sino que tienen una naturaleza social. De este modo, el aprendizaje de los números naturales hoy en día viene precedido por la inmersión cultural del niño en una sociedad que maneja y muestra distintas representaciones nu-

méricas, cosa que no sucedía en los tiempos mesopotámicos, por ejemplo. La noción de variación cuantitativa de determinadas variables, que está en la base del aprendizaje de la función, tiene unas connotaciones sociales muy distintas actualmente (donde dicha variación se mide de muy distintas formas) que las que tenía en su desarrollo medieval. Los obstáculos epistemológicos provenientes de un aristotelismo con una noción muy distinta del movimiento y el cambio no existen actualmente entre los estudiantes que disponen, en cambio, de medios tecnológicos (calculadoras, ordenadores) que les permiten acercarse con facilidad al concepto de función.

Si bien este paralelismo no puede tomarse, consiguientemente, al pie de la letra, es indudable que el estudio de la historia de la Matemática proporciona nociones claras de dónde pueden eventualmente residir las dificultades en el aprendizaje de sus contenidos, además de sugerir posibles caminos y herramientas históricas para facilitar su superación. Asimismo, la Historia de las Matemáticas permite al estudiante comprender la naturaleza histórica de un conocimiento matemático que suele impartirse y considerarse en numerosas ocasiones como un producto terminado, de exacta precisión en sus definiciones y propiedades, ante el cual uno tiene la sensación de que nació así, como producto acabado, de la cabeza de grandes genios de esta ciencia. Esta naturaleza histórica tiene que ver, no sólo con la posibilidad de error en la construcción de estos conocimientos, sino con la relación que mantienen con las condiciones sociales, culturales y económicas de la época en que nacieron. Ello debe permitir observar que el conocimiento matemático, tan caracterizado por su abstracción y la generalidad representada por su simbolismo, se construye en relación a unos requerimientos sociales y que, pese a no reducirse a ellos, sí se encuentra condicionado por el ambiente y las necesidades de cada momento.

La Historia de las Matemáticas se ha considerado no pocas veces desde una perspectiva instrumental, de manera que se utilizan sus anécdotas para dar animación a una clase, o unos problemas de interés para desarrollar un tema, o una estructuración de los contenidos para diseñar de otro modo la secuencia en que se imparten. Y todo ello no sólo es válido sino conveniente. Resulta necesario en la enseñanza de las Matemáticas utilizar de manera instrumental estos recursos, preferentemente si se plantean de la manera más completa posible.

Pero además es posible enfocar la Historia de las Matemáticas desde una perspectiva distinta, con otros objetivos, que finalmente concluirá por condicionar de manera decisiva el enfoque instrumental escogido. En efecto, las Matemáticas son una ciencia que, en primer lugar, se construye, no nace acabada ni preexiste al matemático que supuestamente la descubre. Cuando Galileo “descubre”, por ejemplo, que los espacios recorridos por un cuerpo en caída libre son proporcionales a los cuadrados de los tiempos transcurridos ello ha venido precedido por distintos errores como es el de considerar la relación entre espacio y velocidad como la esencial. Este error, en el que también cayó un joven Descartes, indica que las relaciones matemáticas no “están allí” esperando que alguien las saque a la luz sino que es necesario que haya un clima intelectual adecuado (que estas relaciones se pudiesen cuantificar, que no interviniesen otros modelos de pensamiento aristotélicos sobre

el “lugar natural” de los cuerpos, etc.), y que el matemático “construya” una relación que le permita interpretar los datos de la observación. A partir del trabajo de los profesionales de esta ciencia en los últimos dos siglos aparece de forma evidente el hecho de que las Matemáticas se construyen antes que ser descubiertas.

En segundo lugar, esta construcción se realiza en estrecha relación con las condiciones culturales y sociales del momento histórico en que se desarrolla, sea porque aparece limitada por dichas condiciones o porque directamente viene a resolver problemas de la época. Sin embargo, el mundo sensible y cotidiano, con sus características culturales y sociales, y el mundo matemático, con su naturaleza abstracta y simbólica, no se superponen ni aparecen separados. Considerarlo así sería defender una postura platónica del conocimiento matemático que, pese a su persistencia en las creencias de los matemáticos, no es válida. No hay dos mundos diferenciados que se superponen o se relacionan en determinadas circunstancias, sino que el mundo matemático es un producto del mundo sensible en que cada cultura se desenvuelve.

Antes se ha dicho, no obstante, que las Matemáticas no se reducen a las condiciones culturales y sociales de este mundo. En este sentido, su naturaleza tiene mucho que ver con las formas artísticas. Cada momento histórico tiene su forma de arte característica, pese a que el arte tenga sus propias reglas como sucede con la música, por ejemplo. Sin embargo, no se puede negar que la música se desarrolla a través de sus propias reglas y criterios en relación con la época que impulsa la elección de unas reglas en detrimento de otras, favoreciendo en suma unas formas musicales determinadas.

A las Matemáticas le sucede algo similar. Esta ciencia es un producto, un reflejo de la cultura y las condiciones sociales y económicas en que inscribe su quehacer sin que se reduzca a un simple subproducto. Las Matemáticas tiene sus reglas, sus formas, sus características propias, y en función de ellas se desarrolla en ocasiones de una forma que parece alejada de las condiciones sociales antedichas, pero es necesario observar que esto sucede tan sólo cuando la sociedad lo permite y lo favorece. Actualmente la técnica y los métodos matemáticos que la fundamentan son uno de los “beceros de oro” de la sociedad que desconfía de algunos aspectos éticos de su aplicación pero que, en líneas generales, tiene una confianza plena en que van a suponer un camino de progreso en el dominio de la Naturaleza que caracteriza la época industrial y que continúa en la sociedad de la información. Ello facilita la posibilidad de que el matemático desarrolle su ciencia sin que, aparentemente, tenga la obligación de ceñirse a problemas reales. Pero, además de que esta posición es minoritaria frente a un amplio campo de la Matemática aplicada, resulta que tan sólo se puede considerar que esté permitida amparándose en la confianza dada a los matemáticos de que, tarde o temprano, sus construcciones tendrán una aplicabilidad.

Pero ha habido otros tiempos en que dicha confianza no existía. Las Matemáticas de la antigüedad que en este texto se estudian, salvo en el caso de Grecia, nacen para responder a requerimientos concretos de la vida cultural y social de su

tiempo. Nacen pegadas a las condiciones de su época, a los problemas que su momento histórico presenta. Una época que quiere utilizar este nuevo instrumento en tanto es útil sin permitir, con la gloriosa excepción griega, especulaciones ni desarrollos teóricos alejados de la realidad. De este tiempo sí se puede afirmar con bastante rotundidad que las Matemáticas que se construyen entonces son un reflejo de la cultura en la que nacen. Cuando se estudian los problemas llamados de "pesu" entre los egipcios, se comienza por definirlos como los que estudian la proporcionalidad entre los panes o cerveza obtenida y la cantidad de grano empleada. Ello sólo puede entenderse en una sociedad eminentemente agrícola, con un control funcional de la labor de los artesanos panaderos dentro de una sociedad centralizada y con una amplia burocracia que precisaba una contabilidad importante. De esta forma, del mero examen de los problemas matemáticos empleados se va alcanzando con facilidad una definición de muchas de las características sociales y económicas del pueblo donde se plantearon dichos problemas. Lo mismo se puede decir de sus métodos de solución, cómo se admitían con facilidad los cálculos aproximativos al calcular las superficies de los campos redondos, sin que tal inexactitud provocase un aumento considerable del desarrollo matemático en torno a la medida de las superficies curvilíneas.

Las Matemáticas como reflejo, como manifestación de una cultura, se encuentran en cuatro de las culturas aquí estudiadas: Mesopotamia, la más antigua, Egipto, a continuación, y centrando una evolución geográficamente distinta, la China y la India. Al final de este trabajo se dedican tres capítulos a Grecia y no porque sea la última cronológicamente, sino porque la naturaleza de la construcción matemática en la sociedad griega es muy diferente de las cuatro anteriores.

Los filósofos griegos, los buscadores de los secretos de la Naturaleza que les rodeaba, los incipientes y, en muchas ocasiones, importantes matemáticos buscan entre los números la razón del comportamiento de dicha Naturaleza para que luego, enfrentados a la inexactitud de los números irracionales, hagan resaltar una razón que les lleva a una construcción axiomática de las Matemáticas entendidas como Geometría. Sus matemáticas son, en gran medida, teóricas, en marcado contraste con las demás culturas de su tiempo. Pero incluso en ese momento las Matemáticas también se relacionan con las condiciones culturales y sociales del mundo griego. Los grandes matemáticos comienzan a surgir en las colonias griegas, lejos de la metrópoli, en un terreno marcado por la libertad de pensamiento y un progresivo acomodamiento de las clases elevadas. Es indudable en este sentido que las matemáticas griegas se fundan sobre una sociedad esclavista, donde las labores técnicas y artesanas son denostadas por sus grandes pensadores (Platón, Aristóteles) lo que conlleva un desarrollo especulativo de las Matemáticas. Sin embargo, este hecho, por importante que sea, no lo explica todo. También hubo clases acomodadas en Egipto y no hay apenas desarrollos teóricos. Sí se aprecia algo más entre las clases elevadas indias con sus aproximaciones tan detalladas pero que, en general, seguían moviéndose en un contexto cultural específico (en concreto, el religioso). Pero en Grecia hay algo más. Su prototipo de pensamiento es la razón, una razón que supera la visión mitológica previa, y se constituye en el valor más importante al que

referir el pensamiento de estos nuevos filósofos. De ahí que a las condiciones culturales que permiten al aislamiento del pensador respecto a los problemas de la vida cotidiana (la sociedad esclavista) se une una forma de pensamiento prototípica que valora ante todo el empleo de la razón y la construcción razonada de las Matemáticas. Pero ello también refleja las condiciones culturales y filosóficas del mundo griego, aunque sean unas condiciones que permiten y favorecen la especulación teórica y racional de sus matemáticos.

El libro que aquí se presenta intenta poner al alcance de los jóvenes universitarios, de los profesores de Matemáticas y, en general, de toda persona con curiosidad por este tiempo histórico, algunos de los elementos históricos y resultados matemáticos en cuyo engarce van creciendo las Matemáticas. No es un libro de investigación sobre las complejas relaciones entre el desarrollo científico y el contexto socio-cultural sino que pretende divulgar lo sucedido en aquellas culturas tanto desde el punto de vista histórico como matemático al objeto de que el lector se acerque con interés a esta problemática encontrando, en el caso de los profesores, elementos suficientes para mejorar sus clases.

Para ello se alternan, dentro de cada cultura estudiada y de manera cronológica, los aspectos históricos y matemáticos, poniendo un énfasis especial en aquellos aspectos históricos que permiten comprender mejor las Matemáticas construidas. Los resultados matemáticos son de difícil datación pero se ha pretendido, dentro de lo posible, presentarlos en el tiempo histórico que les corresponde aunque agrupados según su temática.

Los objetivos de este libro, en suma, quedarán cubiertos si el lector termina sus páginas con una curiosidad acrecentada sobre la Antigüedad y sus Matemáticas.

CARLOS MAZA

Sevilla. 2000

