

AHORRO Y EFICIENCIA EN INSTALACIONES Y MÁQUINAS ELÉCTRICAS: CASOS RESUELTOS



COLECCIÓN: MONOGRAFÍAS DE ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA

DIRECTOR DE LA COLECCIÓN

Rodríguez Rubio, Francisco. Universidad de Sevilla

CONSEJO DE REDACCIÓN

Arahal Junco, Consuelo. Universidad de Sevilla
Carballar Rincón, Alejandro. Universidad de Sevilla
Limón Marruedo, Daniel. Universidad de Sevilla
Rodríguez Luis, Alejandro José. Universidad de Sevilla
Rodríguez Rubio, Francisco. Universidad de Sevilla
Salas Gómez, Francisco. Universidad de Sevilla

COMITÉ CIENTÍFICO

Aracil Santonja, Javier. Universidad de Sevilla y Universidad de Málaga
Bernelli Zazzera, Franco. Politecnico di Milano
Chinesta, Francisco. École Centrale de Nantes
Félez Mindan, Jesús. Universidad Politécnica de Madrid
Gallego Sevilla, Rafael. Universidad Politécnica de Madrid
García-Lomas Jung, Francisco Javier. Universidad de Sevilla
Giner Maravilla, Eugenio. Universidad Politécnica de Valencia
González Díez, Isabel. Universidad de Sevilla
Montañés García, José Luis. Universidad Politécnica de Madrid
Montes Martos, Juan Manuel. Universidad de Sevilla
Navarro Esteve, Pablo José. Universidad Politécnica de Valencia
Ollero de Castro, Pedro. Universidad de Sevilla
Verdú, Sergio. Princeton University

Manuel Burgos Payán
Juan Manuel Roldán Fernández

AHORRO Y EFICIENCIA EN INSTALACIONES Y MÁQUINAS ELÉCTRICAS: CASOS RESUELTOS



Sevilla 2022

Colección: Monografías de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería
de la Universidad de Sevilla

Núm.: 24

COMITÉ EDITORIAL:

Araceli López Serena
(Directora de la Editorial Universidad de Sevilla)

Elena Leal Abad
(Subdirectora)

Concepción Barrero Rodríguez

Rafael Fernández Chacón

María Gracia García Martín

Ana Ilundáin Larrañeta

María del Pópulo Pablo-Romero Gil-Delgado

Manuel Padilla Cruz

Marta Palenque Sánchez

María Eugenia Petit-Breuilh Sepúlveda

José-Leonardo Ruiz Sánchez

Antonio Tejedor Cabrera

Reservados todos los derechos. Ni la totalidad ni parte de este libro puede reproducirse o transmitirse por ningún procedimiento electrónico o mecánico, incluyendo fotocopia, grabación magnética o cualquier almacenamiento de información y sistema de recuperación, sin permiso escrito de la Editorial Universidad de Sevilla.

Motivo de cubierta: Selección técnico-económica óptima de la potencia nominal de un motor asíncrono o de inducción para impulsar una carga mecánica caracterizada por su ciclo de carga.

© Editorial Universidad de Sevilla 2022
C/ Porvenir, 27 - 41013 Sevilla.
Tlfs.: 954 487 447; 954 487 451; Fax: 954 487 443
Correo electrónico: eus4@us.es
Web: <https://editorial.us.es>

© Manuel Burgos Payán y Juan Manuel Roldán Fernández 2022

Impreso en papel ecológico
Impreso en España-Printed in Spain

ISBN 978-84-472-2336-7

Depósito Legal: SE 1311-2022

Diseño de cubierta: Santi García Hernández

Maquetación: Referencias Cruzadas

Impresión: Masquelibros

Índice

Introducción	9
--------------	---

INTRODUCCIÓN Y GENERALIDADES

Tema 1. Introducción al ahorro y la eficiencia en los accionamientos y las instalaciones eléctricas	13
Problema 1.1	13
Tema 2. Evaluación energética y económica de proyectos de ahorro y eficiencia energética	37
Problema 2.1	37
Problema 2.2	58
Tema 3. Estructura y operación del sector eléctrico	67
Problema 3.1	67
Problema 3.2	84

CRITERIOS DE DIMENSIONAMIENTO TÉCNICO-ECONÓMICO DE INSTALACIONES ELÉCTRICAS

Tema 4: Dimensionamiento técnico-económico de la compensación de energía reactiva	105
Problema 4.1	105

Tema 5: Dimensionamiento técnico-económico de conductores eléctricos	131
Problema 5.1	131
Problema 5.2	143

CRITERIOS DE SELECCIÓN Y OPERACIÓN EFICIENTE DE MÁQUINAS ELÉCTRICAS

Tema 6: Selección y operación eficiente de transformadores	161
Problema 6.1	161
Problema 6.2	178
Tema 7: Selección y operación eficiente de motores y accionamientos eléctricos	203
Problema 7.1	203
Problema 7.2	212
Bibliografía	245

Introducción

En septiembre de 2011 empezaron a impartirse, en la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de la Universidad de Sevilla, los estudios de Grado en Ingeniería de la Energía, dentro del Campus de Excelencia Internacional Andalucía-Tech, Campus conjunto de las Universidades de Sevilla y Málaga. Conforme al calendario previsto, en el Curso 2014-2015 comenzó a impartirse la asignatura de cuarto curso titulada *Ahorro y eficiencia en instalaciones y máquinas eléctricas*, adscrita al Departamento de Ingeniería Eléctrica. Con el encargo docente de impartición de esta asignatura surge el proyecto de elaboración del texto *Ahorro y eficiencia en instalaciones y máquinas eléctricas: casos resueltos*, cuyo principal objetivo fue el de dar soporte a la asignatura. El proyecto surge de forma natural durante el proceso de elaboración del programa de la asignatura, tras constatarse que los aspectos relacionados con la eficiencia y el ahorro energéticos apenas son abordados en los, por otra parte excelentes, textos disponibles de problemas relacionados con las instalaciones y las máquinas eléctricas.

El texto que se ofrece se ha elaborado teniendo en cuenta dos aspectos primordiales. Por un lado, la ubicación de la asignatura en el último curso del plan de estudios, lo que permite contar con los conocimientos adquiridos por los estudiantes en las materias previamente cursadas. En este sentido se ha tratado de evitar el planteamiento de casos básicos, orientados a la mejor comprensión de los aspectos tecnológicos fundamentales, ya que estos aspectos, por un lado, se han cubierto en materias previamente superadas por los estudiantes, en asignaturas como la de *Instalaciones y máquinas eléctricas*, que es la materia que da el soporte tecnológico más directo y, por otro, se dispone de un amplio arsenal de excelentes textos disponibles, como los que se relacionan en la Bibliografía, por ejemplo.

Por otra parte, están los aspectos económicos derivados de las posibles soluciones tecnológicas que pudieran adoptarse para resolver el caso que se proponga. En este punto se trata de hacer especial énfasis en las cuestiones relacionadas con las inversiones necesarias para la adquisición, instalación y puesta en marcha de los equipos,

los denominados costes de capital (*Capital Expenditures*-CAPEX); así como con los costes de operación (*Operational Expenditures*-OPEX), especialmente los costes de la energía eléctrica, pero también otros costes recurrentes como los del mantenimiento ordinario, por ejemplo. En consecuencia, en los casos estudiados, la evaluación económica de las alternativas tecnológicas suele realizarse en base al Valor Neto Actualizado (VAN) o al Coste del Ciclo de Vida (*Life Cycle Cost*-LCC) y/o a otros indicadores clave de desempeño o rendimiento (*Key Performance Indicator*-KPI) relacionados, como pueden ser la Tasa Interna de Retorno (TIR), o el tiempo de retorno descontado o actualizado de la inversión (*Discounted Payback Period*-DPP).

Con respecto al formato de los casos es preciso indicar que se ha procurado que cada caso sea una entidad completa que resulte independiente del resto de casos. Es decir, que cada caso pudiera extraerse del texto y seguir constituyendo una unidad. Esto hace que el texto presente ciertas reiteraciones en algunos puntos, pero facilita la tarea del lector, ya que tiene la ventaja de que hace innecesario tener que buscar datos, resultados, explicaciones o justificaciones en otros puntos del texto.

Tras el enunciado de los casos se ha incluido una breve sección de *Resultados* en la que se recogen las respuestas a las cuestiones planteadas en el ejercicio. Con ella se pretende que el lector pueda localizar y consultar rápidamente los resultados del caso, sin necesidad de tener buscarlas entre las páginas del cuerpo del texto.

En algunos casos se ha incluido una sección final de *Discusión*, en la que se ofrece una discusión sobre la forma en se ha interpretado algún aspecto del enunciado o de la solución ofrecida. En otros casos se plantea alguna solución alternativa, o se llama la atención sobre aspectos del caso que pudieran ser relevantes pero que no se han tratado por ser asuntos alejados de ámbito del texto.

Todos casos se han resuelto con paquetes informáticos como Matlab, Excel, etcétera. En consecuencia no cabe esperar más errores numéricos que los que se deriven del mal uso de los programas, o de la incorrecta traslación de los resultados al fichero de texto que hayamos hecho los autores. A fin evitar confusiones a la hora de consultar un número, en el texto sólo se utiliza el punto decimal. Para evitar que el punto decimal pudiese interpretarse como signo de miles o millares, en la medida de lo posible se ha evitado que aparezcan tres dígitos tras el punto, para lo que también se ha jugado con los múltiplos/divisores de las unidades.

Con el propósito de evitar errores de truncamiento en los cálculos que se realicen manualmente, con ayuda de una calculadora, los resultados se muestran con un número de decimales mayor de lo estrictamente requerido en un cálculo de ingeniería.

En términos generales, los casos desarrollados en el texto se han diseñado más que como *problemas de asignatura* al uso, como estudios preliminares o pequeños anteproyectos sobre los que se realiza un doble estudio, tanto técnico como económico, de las soluciones propuestas.

A fin de obtener resultados realistas, o al menos verosímiles, en la medida de lo posible se ha utilizado información técnica y económica extraída de catálogos y listas de precios de los fabricantes de equipo.

Introducción y generalidades

Tema 1. Introducción al ahorro y la eficiencia en los accionamientos y las instalaciones eléctricas

Problema 1.1

La Fig.1 muestra el esquema de una instalación que utiliza una bomba hidráulica, para trasegar agua entre dos depósitos a distinto nivel. Una válvula de estrangulamiento a la salida de la bomba permite ajustar el caudal del fluido trasegado.

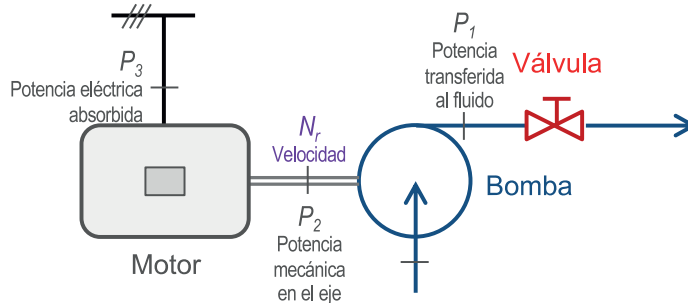


Figura 1. Esquema de una instalación de trasiego de agua mediante una bomba hidráulica impulsada por un motor eléctrico directamente alimentado de la red, cuyo caudal puede ajustarse por estrangulamiento de una válvula.

La bomba se acciona mediante un motor trifásico de inducción de 30kW, 400V, 50Hz, alimentado directamente de la red, que funciona a plena carga con una velocidad nominal de $N_{MN} = 2950 \text{ r/min}$ y un rendimiento nominal $\eta_{MN} = 92.2\%$, como se indica en su placa de características.

La Tabla 1, obtenida del catálogo del fabricante de la bomba, muestra algunos puntos de la curva motriz o curva característica altura-caudal, $H = H(Q)$. También muestra algunos puntos de la curva de potencia mecánica en el eje, $P_2 = P_2(Q)$. Ambas curvas corresponden a una velocidad de funcionamiento, $N_r = N_{MN} = 2950 \text{ r/min}$, que

es la velocidad a la que funciona el motor a plena carga cuando se alimenta de la red con valores nominales de tensión y frecuencia, y que puede considerarse aproximadamente constante.

Tabla 1. Curvas características altura-caudal, $H = H(Q)$, y de potencia mecánica en el eje, $P_2 = P_2(Q)$, de una bomba hidráulica que funciona a una velocidad, $N_r = 2950$ r/min.

Magnitud, símbolo	Unidad	Valores							
Caudal, Q	m ³ /h	0	20	40	60	80	100	120	140
Altura, H	m	82.0	82.0	79.2	75.8	70.7	63.9	55.9	45.7
Potencia mecánica en el eje, P_2	kW	—	14.2	17.4	20.2	22.0	23.5	24.9	26.3

Por otro lado, la característica de carga o resistente del sistema, $H_R = H_R(Q, c)$, con el caudal, Q , expresado en m³/h, puede aproximarse mediante una expresión de la forma: $H_R(Q, c) = k_{R0} + k_{R2}(c) \cdot Q^2 = 10 + (0.5 + c) \cdot Q^2/130$, siendo c un parámetro que varía entre 0 y 1 ($0 \leq c \leq 1$) y que permite representar el nivel de resistencia mecánica del sistema hidráulico que, en este caso, se ajusta mediante el grado de apertura de la válvula de estrangulamiento.

Determinar:

1. Los coeficientes de los polinomios: $H(Q) = k_{H0} + k_{H2} \cdot Q^2$, y $P_2(Q) = k_{P20} + k_{P21} \cdot Q + k_{P22} \cdot Q^2$, que mejor se ajustan a los puntos de la curva motriz, $H = H(Q)$, y de la potencia mecánica en el eje, $P_2 = P_2(Q)$, de la bomba incluidos en la Tabla 1. Obtener también los coeficientes del polinomio de ajuste de la curva de rendimiento de la bomba, $\eta_B(Q) = k_{\eta0} + k_{\eta1} \cdot Q + k_{\eta2} \cdot Q^2$, así como los valores de la potencia eléctrica absorbida por el motor de la red, $P_3 = P_3(Q)$, admitiendo que el rendimiento del motor puede considerarse constante y de valor nominal, $\eta_M \approx \eta_{MN}$.
2. Los valores de caudal y altura (Q_j, H_j) así como la potencia hidráulica transferida al fluido, P_{1j} , la mecánica en el eje motor-bomba, P_{2j} , y la eléctrica absorbida de la red, P_{3j} , correspondientes a los puntos de funcionamiento del sistema de bombeo, cuando el nivel de resistencia del sistema hidráulico (válvula), c_j , se ajusta a valores iguales a 0, 0.5 y 1.
3. El consumo anual de energía eléctrica, E , considerando que el sistema funciona durante $t_1 = 4$ horas diarias con $c_1 = 0$, durante $t_2 = 8$ horas diarias con $c_2 = 0.5$ y durante $t_3 = 12$ horas con $c_3 = 1$, durante 250 días laborables al año. Calcula también el coste anual en la factura de suministro eléctrico, C_E , considerando un precio medio de la energía de $p_E = 120\text{€}/\text{MWh}$.

A fin de reducir las pérdida del sistema ajustando las condiciones de funcionamiento de la bomba a la demanda (caudal) del sistema de trasiego se deja la válvula completamente abierta, con lo que se ajusta el nivel de resistencia del sistema hidráulico a su valor mínimo, $c = 0$, y se dispone un convertidor o acondicionador de potencia entre el motor y la red, lo que permite variar la velocidad de funcionamiento del sistema motor-bomba.

Partiendo de la la velocidad de referencia, N_r , conforme se va reduciendo la velocidad de giro de la bomba, N , van aumentando sus pérdidas, $(1 - \eta_{Br}$, en valor relativo). Para la bomba considerada, este efecto hace que la variación del rendimiento con la velocidad pueda expresarse como $\eta_B(Q,N) = 1 - (1 - \eta_{Br}(Q_r)) \cdot (N_r/N)^{0.154}$, habiéndose utilizado el subíndice r para valores de magnitudes o curvas referidas a la velocidad de referencia. Utilizando las leyes de afinidad o semejanza para el caudal, $Q(N)/Q(N_r) = Q/Q_r = N/N_r$, la altura de impulsión, $H(Q,N)/H_r(Q_r) = (N/N_r)^2$, y la potencia hidráulica transferida al fluido, $P_f(Q,N)/P_{fr}(Q_r) = (N/N_r)^3$, determinar:

4. Los valores de la velocidad de funcionamiento del sistema motor-bomba, N_j , que permiten a la bomba funcionar con los caudales del apartado 2, pero con el nivel de resistencia del sistema ajustado a su valor mínimo, $c = 0$. Calcular también los valores de altura, H_j , y potencia eléctrica absorbida, P_{ej} , correspondientes.
5. El consumo anual de energía eléctrica, E_{VV} , considerando que el motor funciona durante $t_1 = 4$ horas diarias con el convertidor ajustado para una velocidad $N_1 = N_r$, (es decir, el sistema funciona con caudal Q_1), durante $t_2 = 8$ horas diarias con el convertidor ajustado para N_2 (caudal Q_2) y durante $t_3 = 12$ horas con el convertidor ajustado para N_3 (caudal Q_3), durante los 250 días laborables al año; y admitiendo que para este rango de variación de la carga puede considerarse que el rendimiento convertidor de potencia es $\eta_{CONV} = 0.95$.
6. Evaluar el ahorro energético, ΔE , y el ahorro anual en la factura de suministro eléctrico, ΔC_e , cuando se utiliza un convertidor o acondicionador de potencia para adaptarse a los requerimientos de la carga mecánica en vez de incrementar el nivel de resistencia mecánica del sistema (fricción). Evaluar también el tiempo de retorno simple, t_{Rs} , correspondiente a la adquisición e instalación del convertidor de potencia, considerando un coste unitario de $p_{ECONV} = 210\text{€}/\text{kW}$ para el convertidor.

Resultados:

$$1. \quad H(Q) = k_{H0} + k_{H2} \cdot Q^2 = 82.4287 - 1.8608 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2 \quad R^2 = 0.9997$$

$$P_2(Q) = k_{P20} + k_{P21} \cdot Q + k_{P22} \cdot Q^2 = 10.9829 + 0.1791 \cdot Q - 5.1016 \cdot 10^{-4} \cdot Q^2 \quad R^2 = 0.9997$$

$$\eta_B(Q) = k_{\eta0} + k_{\eta1} \cdot Q + k_{\eta2} \cdot Q^2$$

$$= 2.7150 \cdot 10^{-2} + 1.4022 \cdot 10^{-2} \cdot Q - 6.8047 \cdot 10^{-5} \cdot Q^2 \quad R^2 = 0.7276$$

Ver Tabla 3 en página 18

2. Ver Tabla 4 en página 22
3. $E = 145.51 \text{ MWh}$;
 $C_{ECONV} = 12.1865 \text{ k€}$
4. Ver Tabla 5 en página 29
5. $E_{CONV} = 101.5539 \text{ MWh}$;
 $C_{ECONV} = 12.1865 \text{ k€}$
6. $\Delta E = E - E_{CONV} = 43.959 \text{ MWh}$;
 $\Delta C_E = 5275.1 \text{ €}$;
 $t_{rs} = 1.1943 \text{ años}$

Solución:

1. La Fig. 2 muestra la variación de la altura de impulsión de la bomba y de la potencia mecánica en el eje con el caudal, cuando la bomba funciona impulsada por un motor eléctrico alimentado directamente de la red.

El método de los mínimos cuadrados permite estimar los coeficientes de la curva que mejor se ajusta a una serie de puntos preestablecida. Para obtener los coeficientes del polinomio de la curva altura-caudal de la bomba, $H(Q) = k_{H0} + k_{H2} \cdot Q^2$, basta con formar los cuadrados de las diferencias entre los valores reales de la altura, H_i , correspondiente a cada caudal, Q_i , y su aproximación, $H(Q_i) = k_{H0} + k_{H2} \cdot Q_i^2$, y sumarlos, con lo que resulta un sumatorio que, idealmente, debería ser nulo:

$$S = \sum_{n=1}^N (H_n - k_{H0} - k_{H2} \cdot Q_n^2)^2$$

Anulando las derivadas parciales del sumatorio con respecto a los coeficientes del polinomio de ajuste resulta el siguiente sistema de dos ecuaciones en los coeficientes, de donde pueden despejarse sus valores:

$$\frac{\partial S}{\partial k_{H0}} = 0 \Rightarrow k_{H0} \cdot N - k_{H2} \cdot \sum_{n=1}^N Q_n^2 = \sum_{n=1}^N H_n$$

$$\frac{\partial S}{\partial k_{H2}} = 0 \Rightarrow k_{H0} \cdot \sum_{n=1}^N Q_n^2 - k_{H2} \cdot \sum_{n=1}^N Q_n^4 = \sum_{n=1}^N H_n \cdot Q_n^2$$

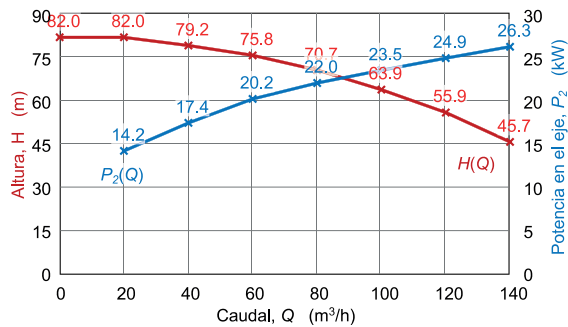


Figura 2. Variación de la altura, H , y la potencia eléctrica absorbida, P_2 , en función del caudal de la bomba, Q .

La Tabla 2, elaborada a partir de los valores de altura y caudal de la bomba, incluidos en la Tabla 1, permite obtener los valores de los sumatorios.

Tabla 2. Evaluación de los sumatorios necesarios para el planteamiento del sistema de ecuaciones.

Magnitud [Unidad]	Valor								Sumatorio
	1	2	3	4	5	6	7	8	
j [-]	1	2	3	4	5	6	7	8	
Q_i [m³/h]	0	20	40	60	80	100	120	140	
H_i [m]	82.0	82.0	79.2	75.8	70.7	63.9	55.9	45.7	$\sum H_n = 555.2$
Q_i^2 [(m³/h)²]	0	400	1600	3600	6400	10000	14400	19600	$\sum Q_n^2 = 56000$
$H_i \cdot Q_i^2$ [m · (m³/h)²]	0	32818	126727	272864	452364	638636	805091	895364	$\sum H_n \cdot Q_n^2 = 3223864$
Q_i^4 [(m³/h)⁴]	0	16 · 10⁴	256 · 10⁴	1296 · 10⁴	4096 · 10⁴	10000 · 10⁴	20736 · 10⁴	38416 · 10⁴	$\sum Q_i^4 = 74816 \cdot 10^4$

Con ello, el sistema de ecuaciones resulta:

$$k_{H0} \cdot 8 - k_{H2} \cdot 56000 = 555.2$$

$$k_{H0} \cdot 56000 - k_{H2} \cdot 74816 \cdot 10^4 = 3223864$$

Despejando los valores de los coeficientes:

$$k_{H0} = 82.4287 \text{ m}$$

$$k_{H2} = -1.8608 \cdot 10^{-3} \text{ m / (m}^3\text{/h)}$$

En consecuencia, la aproximación de la curva altura-caudal de la bomba queda:

$$H(Q) = k_{H0} + k_{H2} \cdot Q^2 = 82.4287 - 1.8608 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2 \quad R^2 = 0.9997$$

Las funciones ESTIMACION.LINEAL de Microsoft Excel y polifit de Matlab permiten el ajuste de datos a un polinomio de cualquier grado. Utilizando estas funciones, el polinomio de ajuste de la curva de potencia mecánica en el eje, resulta:

$$P_2(Q) = k_{P20} + k_{P21} \cdot Q + k_{P22} \cdot Q^2 = 10.9829 + 0.1791 \cdot Q - 5.1016 \cdot 10^{-4} \cdot Q^2 \quad R^2 = 0.9974$$

Como puede verse, el valor del coeficiente de determinación R^2 resulta muy próximo a la unidad, lo que permite validar el ajuste. La Tabla 3 permite comprobar que los resultados obtenidos con las aproximaciones polinomiales de las curvas de altura y potencia en el eje son muy próximos a los datos reales.

Tabla 3. Comparación de los datos de la curva característica altura-caudal, $H = H(Q)$, de la bomba hidráulica con su aproximación.

Magnitud, símbolo [Unidad]	Valor							
Caudal, Q [m ³ /h]	0	20	40	60	80	100	120	140
Altura, H [m]	82.0	82.0	79.2	75.8	70.7	63.9	55.9	45.7
Altura, $H(Q) = k_{H0} + k_{H2} \cdot Q^2$ [m]	82.4	81.7	79.4	75.6	70.3	63.4	55.1	45.2
Potencia mecánica en el eje, P_2 [kW]	—	12.7	16.1	19.1	21.2	23.1	24.9	26.3
Potencia mecánica en el eje, $P_2(Q) = k_{P20} + k_{P21} \cdot Q + k_{P22} \cdot Q^2$ [kW]	9.2	12.8	16.0	18.8	21.2	23.2	24.8	26.0

Magnitud, símbolo [Unidad]	Valor							
Potencia transferida al fluido, P_1 [kW]	0.0	4.5	8.6	12.4	15.4	17.4	18.3	17.4
Rendimiento de la bomba, $\eta_B = P_1/P_2$ [p.u.]	0.000	0.315	0.495	0.613	0.699	0.740	0.733	0.663
Rendimiento de la bomba, $\eta_B(Q) = k\eta_0 + k\eta_1 \cdot Q + k\eta_2 \cdot Q^2$ [p.u.]	0.027	0.280	0.479	0.624	0.713	0.749	0.730	0.657
Rendimiento del motor, η_M [p.u.]	0.922	0.922	0.922	0.922	0.922	0.922	0.922	0.922
Potencia eléctrica absorbida, $P_3 = P_2/\eta_M$ [kW]	0.00	15.4	18.9	21.9	23.9	25.5	27.0	28.5
Rendimiento conjunto mo- tor-bomba, $\eta_{MB} = P_1/P_3 = \eta_M \cdot \eta_B$ [p.u.]	0.000	0.287	0.459	0.574	0.644	0.674	0.671	0.617

La Tabla 3 también muestra la variación de la potencia mecánica transferida al fluido, P_1 (Fig. 1), con el caudal. Si ρ es la densidad del fluido ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ para el agua) y $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ es la aceleración de la gravedad, la potencia mecánica transferida al fluido (unidades del Sistema Internacional) puede expresarse como:

$$P_1 = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H$$

La séptima fila de la Tabla 3 muestra los valores de la potencia mecánica transferida al fluido, $P_1(Q)$, correspondientes a los caudales de la primera fila.

La octava fila muestra los valores del rendimiento de la bomba, $\eta_B(Q)$, obtenido como cociente entre la potencia transferida al fluido, $P_1(Q)$, y la potencia mecánica en el eje de la bomba, $P_2(Q)$. A partir de estos valores y utilizando las funciones de ajuste de Excel, el polinomio de ajuste de la curva de rendimiento de la bomba, resulta:

$$\begin{aligned} \eta_B(Q) &= P_1(Q) / P_2(Q) = k_{\eta_0} + k_{\eta_1} \cdot Q + k_{\eta_2} \cdot Q^2 \\ &= 2.7150 \cdot 10^{-2} + 1.4022 \cdot 10^{-2} \cdot Q - 6.8047 \cdot 10^{-5} \cdot Q^2 \quad R^2 = 0.7276 \end{aligned}$$

La novena fila muestra los valores aproximados del rendimiento de la bomba obtenidos a partir del polinomio de ajuste.

La Figura 3 muestra las curvas de altura, potencia hidráulica transferida al fluido, potencia mecánica en el eje y rendimiento de la bomba, así como sus respectivas aproximaciones polinomiales obtenidas mediante la herramienta de ajuste de Excel.

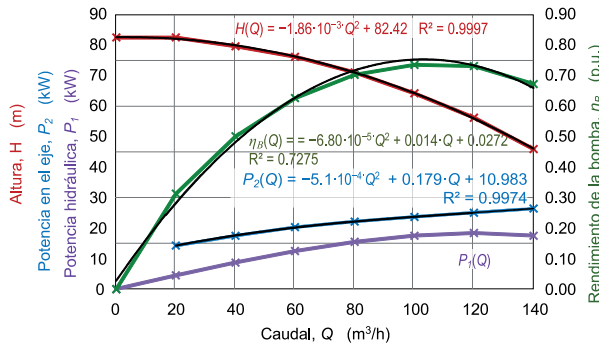


Figura 3. Variación con el caudal de la bomba, Q , de la altura, H , la potencia hidráulica transferida al fluido, P_1 , la potencia mecánica en el eje, P_2 , el rendimiento, η_B , y sus respectivas aproximaciones polinomiales.

Para calcular la potencia eléctrica absorbida por el motor de la red, $P_3 = P_3(Q)$, es preciso considerar el rendimiento del motor, η_M . Admitiendo que el rendimiento del motor puede considerarse constante y de valor nominal, $\eta_M \approx \eta_{MN} = 0.922$, los resultados la potencia eléctrica absorbida por el motor de la red, $P_3(Q)$, se muestran en la fila undécima.

La última fila de la Tabla 3 muestra los valores de rendimiento del conjunto motor-bomba, $\eta_{MB}(Q)$, obtenido como cociente entre la potencia mecánica transferida al fluido, $P_1(Q)$, y la potencia eléctrica absorbida por el motor de la red, $P_3(Q)$:

$$\eta_{MB} = \frac{P_1}{P_3} = \frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{P_2}{P_3} = \eta_M \cdot \eta_B \approx \eta_{MN} \cdot \eta_B$$

Como puede verse, los valores de rendimiento de la bomba (en realidad del sistema bomba-válvula) son claramente inferiores al del motor, por lo que la mayor parte de las pérdidas conjuntas del sistema son debidas a la bomba.

2. Para obtener los valores de caudal y altura (Q_j, H_j) correspondientes a los punto de funcionamiento del sistema de bombeo, es preciso determinar los puntos de corte de la característica altura-caudal de la bomba, $H = H(Q)$, con la característica de carga

resistente del sistema hidráulico, $H_R = H_R(Q, c)$, utilizando el nivel apropiado de resistencia del sistema (válvula), c . Para ello que basta plantear la igualdad:

$$H(Q) = k_{H0} + k_{H2} \cdot Q^2 = H_R(Q, c) = k_{R0} + k_{R2}(c) \cdot Q^2$$

Cuya solución es:

$$Q(c) = \sqrt{\frac{k_{H0} - k_{R0}}{k_{R2}(c) - k_{H2}}} = \sqrt{\frac{82.4287 - 10}{\frac{0.5 + c}{130} + 1.8608 \cdot 10^{-3}}}$$

Sustituyendo la expresión del caudal, $Q(c)$, en la expresión de la altura de la bomba o en la del sistema resulta:

$$\begin{aligned} H(c) &= H(Q(c)) = k_{H0} + k_{H2} \cdot \frac{k_{H0} - k_{R0}}{k_{R2}(c) - k_{H2}} \\ &= H_R(c) = H_R(Q(c), c) = k_{R0} + k_{R2}(c) \cdot \frac{k_{H0} - k_{R0}}{k_{R2}(c) - k_{H2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H(c) &= k_{H0} + k_{H2} \cdot \frac{k_{H0} - k_{R0}}{k_{R2}(c) - k_{H2}} = 82.4287 - 1.8608 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{82.4287 - 10}{\frac{0.5 + c}{130} + 1.8608 \cdot 10^{-3}} \\ &= H_R(c) = H_R(Q(c), c) = 10 + \frac{0.5 + c}{130} \cdot \frac{82.4287 - 10}{\frac{0.5 + c}{130} + 1.8608 \cdot 10^{-3}} \end{aligned}$$

Análogamente, sustituyendo la expresión del caudal, $Q(c)$, en la de la potencia mecánica en el eje resulta:

$$\begin{aligned} P_2(c) &= P_2(Q(c)) = k_{P20} + k_{P21} \cdot Q + k_{P22} \cdot Q^2 = k_{P20} + k_{P21} \cdot \sqrt{\frac{k_{H0} - k_{R0}}{k_{R2}(c) - k_{H2}}} + k_{P22} \cdot \frac{k_{H0} - k_{R0}}{k_{R2}(c) - k_{H2}} \\ P_2(c) &= 10.9829 + 0.1791 \cdot \sqrt{\frac{82.4287 - 10}{\frac{0.5 + c}{130} + 1.8608 \cdot 10^{-3}}} - 5.1016 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{82.4287 - 10}{\frac{0.5 + c}{130} + 1.8608 \cdot 10^{-3}} \end{aligned}$$

La Tabla 4 muestra los resultados de caudal, altura y potencia eléctrica absorbida por el motor de la red cuando el nivel de resistencia del sistema, c_j , se ajusta a valores iguales a 0, 0.5 y 1.

Tabla 4. Funcionamiento del sistema motor-bomba con el motor alimentado de la red con tensión y frecuencia nominales. Valores de caudal, altura y potencia mecánica en el eje para cada nivel de resistencia mecánica de la carga.

Magnitud, símbolo	Unidades	Valores		
Nivel de resistencia del sistema hidráulico (válvula), c	—	$c_1 = 0.0$	$c_2 = 0.5$	$c_3 = 1.0$
Caudal, Q	m ³ /h	$Q_1 = 101.1017$	$Q_2 = 86.1516$	$Q_3 = 76.3307$
Velocidad, N_r	r/min	$N_1 = 2950$	$N_2 = 2950$	$N_3 = 2950$
Altura, H	m	$H_1 = 63.4089$	$H_2 = 68.6180$	$H_3 = 71.5872$
Potencia mecánica transferida al fluido, P_1	kW	$P_{11} = 17.4693$	$P_{12} = 16.1090$	$P_{13} = 14.8902$
Potencia mecánica en el eje, P_2	kW	$P_{21} = 23.8738$	$P_{22} = 22.6247$	$P_{23} = 21.6800$
Potencia eléctrica motor, $P_3 = P_2/\eta_M$	kW	$P_{31} = 25.8935$	$P_{32} = 24.5387$	$P_{33} = 23.5141$
Rendimiento de la bomba, $\eta_B = P_1/P_2$	p.u.	$\eta_{B1} = 0.7317$	$\eta_{B2} = 0.7120$	$\eta_{B3} = 0.6868$
Rendimiento del motor, $\eta_M = \eta_{MN}$	p.u.	$\eta_{M1} = 0.922$	$\eta_{M2} = 0.922$	$\eta_{M3} = 0.922$
Rendimiento total, $\eta = \eta_B \cdot \eta_M = P_1/P_3$	p.u.	$\eta_1 = 0.6747$	$\eta_2 = 0.6565$	$\eta_3 = 0.6332$

La Fig. 4 muestra los puntos A, B y C de funcionamiento del sistema de bombeo cuando el nivel de resistencia del sistema, c , se ajusta a valores iguales a 0, 0.5 y 1, con la bomba accionada por un motor eléctrico alimentado directamente de la red (tensión y frecuencia nominales), girando a la velocidad de referencia.

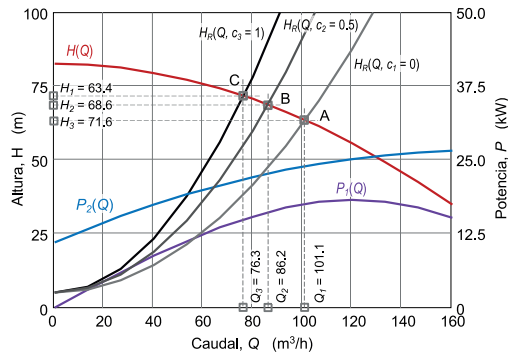


Figura 4. Puntos A, B y C de funcionamiento del sistema de bombeo cuando el nivel de resistencia del sistema, c , se ajusta a valores iguales a 0, 0.5 y 1, con la bomba accionada por un motor eléctrico alimentado directamente de la red (tensión y frecuencia nominales).

Como puede verse, conforme se va cerrando la válvula de estrangulamiento (aumentando la fricción del sistema hidráulico):

- El caudal se va reduciendo desde los 101.1 m³/h iniciales ($c = 0$) hasta los 76.3 m³/h finales ($c = 1$), lo que supone una reducción del 24.5% del valor inicial.
- La altura de impulsión varía de forma contraria, creciendo desde los 63.4 m hasta los 71.6 m (12.9% de aumento).
- La potencia eléctrica absorbida se reduce desde 25.9 kW hasta los 23.5 kW (9.2% de reducción).
- El rendimiento conjunto del sistema sólo es algo superior a 2/3 para $c = 0$ (válvula completamente abierta), e inferior a este valor en los demás puntos de funcionamiento considerados. Esto significa que 1/3 o más de la potencia/energía eléctrica absorbida son pérdidas totales en el sistema, por lo que no se aprovecha para el trasiego de fluido.

La escasa variación de la potencia eléctrica absorbida puede explicarse a partir de la variación de la potencia mecánica transferida al fluido, P_1 :

$$P_1 = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H$$

Como consecuencia de la compensación relativa que se produce conforme se va cerrando la válvula de estrangulamiento entre la reducción del caudal (factor dominante) y el incremento de la altura, la potencia transferida al fluido, proporcional al producto $Q \cdot H$, se reduce relativamente poco, lo que explica que la potencia eléctrica absorbida por el motor tampoco se reduzca mucho.

A partir de la potencia en el eje del acoplamiento bomba-motor, P_2 , teniendo en cuenta el rendimiento del motor eléctrico, η_M , que en este caso se admite constante

y de valor nominal, $\eta_M \approx \eta_{MN} = 0.922$, se obtiene la potencia eléctrica absorbida de la red.

$$P_3 = \frac{P_2}{\eta_M} = \frac{P_1}{\eta_M \cdot \eta_B} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta_M \cdot \eta_B}$$

La potencia eléctrica absorbida también puede obtenerse con el rendimiento conjunto motor-bomba (en realidad del conjunto motor-bomba-válvula), $\eta = \eta_M \cdot \eta_B$:

$$P_3 = \frac{P_2}{\eta_M} = \frac{P_1}{\eta_M \cdot \eta_B} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta_M \cdot \eta_B} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta}$$

Como la potencia transferida al fluido varía relativamente poco, la potencia eléctrica absorbida por el motor, tampoco varía mucho, como ya se ha indicado.

Conviene observar que la diferencia entre la potencia eléctrica absorbida por el motor de la red (potencia absorbida o de entrada) y la potencia transferida al fluido (potencia útil o de salida) constituyen las pérdidas totales del sistema. Estas pérdidas son suma de las pérdidas en el motor eléctrico, en la bomba y en el sistema de trasiego de fluido (tuberías y la válvula, especialmente cuando no está completamente abierta). Una parte de estas últimas, las pérdidas por fricción en la válvula, pueden evitarse utilizando un convertidor de potencia para ajustar el caudal del sistema mediante la velocidad de la bomba, dejando la válvula completamente abierta (mínimas pérdidas por fricción). La reducción del caudal, también reduce las pérdidas por fricción en las tuberías del sistema de bombeo. Todo ello contribuye a una reducción de las pérdidas totales o del rendimiento conjunto del sistema.

3. El consumo anual de energía eléctrica, E , puede calcularse a partir de los valores de la potencia eléctrica absorbida, $P_{3j} = P_3(c_j)$, considerando los periodos de tiempo correspondientes a cada nivel de resistencia de la carga, t_j . Así, la energía eléctrica consumida en un día laborable puede expresarse como:

$$E_d = \sum_{j=1}^3 P_{3j} \cdot t_j$$

Si el motor funciona durante $N_{DL} = 250$ días laborables al año, la energía anual consumida puede expresarse como:

$$E = N_{DL} \cdot \sum_{j=1}^3 P_{3j} \cdot t_j$$

Sustituyendo valores, la energía anual consumida por el motor cuando funciona conectado a la red (tensión y frecuencia nominales) y ajustando el nivel de resistencia mecánica de la carga resulta:

$$E = N_{DL} \cdot \sum_{j=1}^3 P_{3j} \cdot t_j = 250 \cdot (25.8935 \cdot 4 + 24.5387 \cdot 8 + 23.5141 \cdot 12) = 145.5131 \text{ MWh}$$

Para calcular el coste anual de la factura eléctrica basta con multiplicar la cantidad de energía, E , por su precio medio, $p_E = 120\text{€/MWh}$, con lo que resulta:

$$C_E = E \cdot p_E = p_E \cdot N_{DL} \cdot \sum_{j=1}^3 P_{3j} \cdot t_j = 145.5131 \cdot 120 = 17.4616 \text{ k€}$$

El rendimiento energético conjunto del sistema resulta:

$$\eta = \frac{E_1}{E} = \frac{N_{DL} \cdot \sum_{j=1}^3 P_{1j} \cdot t_j}{N_{DL} \cdot \sum_{j=1}^3 P_{3j} \cdot t_j} = \frac{\sum_{j=1}^3 P_{1j} \cdot t_j}{\sum_{j=1}^3 P_{3j} \cdot t_j} = \frac{17.4693 \cdot 4 + 16.1090 \cdot 8 + 14.8902 \cdot 12}{25.8935 \cdot 4 + 24.5387 \cdot 8 + 23.5141 \cdot 12} = \frac{94.35793}{145.5131} = 0.6484$$

Conviene observar que, dado que el rendimiento conjunto del sistema es algo inferior a $2/3$, algo más de $1/3$ de la energía consumida y de su coste corresponde al coste anual de las pérdidas operativas del sistema. Concretamente, las pérdidas anuales ascienden a 51.155MWh y su coste a 6138.6€ .

4. La Fig. 5 muestra el esquema de la instalación cuando se utiliza un convertidor de potencia para variar la velocidad de funcionamiento de la bomba (variando la velocidad del motor eléctrico que la impulsa). De forma simplificada puede decirse que enviando la consigna de velocidad N al convertidor, este controla la alimentación del motor (frecuencia y tensión) de forma que su eje gire a la velocidad N .

La Fig. 6 muestra los puntos A ($c = 0$), B ($c = 0.5$) y C ($c = 1$) de funcionamiento del sistema motor-carga cuando el motor funciona a una velocidad de $N_r = 2950\text{r/min}$, que es la velocidad de funcionamiento, aproximadamente constante, cuando se alimenta de la red con valores nominales de tensión y frecuencia (Fig. 4). Estos tres puntos corresponden a la intersección de la curva motriz o curva característica altura-caudal para la velocidad de referencia (Tabla 1), $H_r = H_r(Q_r) = H_r(Q_r, N_r)$, con los de característica de carga resistente del sistema, $H_R = H_R(Q, c)$, con el nivel de resistencia del sistema, c , ajustado a 0, 0.5 y 1. Esta figura también muestra los puntos de funcionamiento del sistema motor-carga D ($c = 0$) y E ($c = 0$) con los caudales de los puntos B ($c = 0.5$) y C ($c = 1$), respectivamente, pero obtenidos sobre la característica de carga resistente del sistema, $H_R = H_R(Q, c = 0)$, con la válvula completamente abierta. Estos nuevos puntos corresponden a la intersección de la curva motriz o curva característica altura-caudal, $H_{VV} = H(Q, N)$, funcionando a una velocidad N , con los de la característica de carga resistente del sistema, $H_R = H_R(Q, c = 0)$, con la válvula completamente abierta.

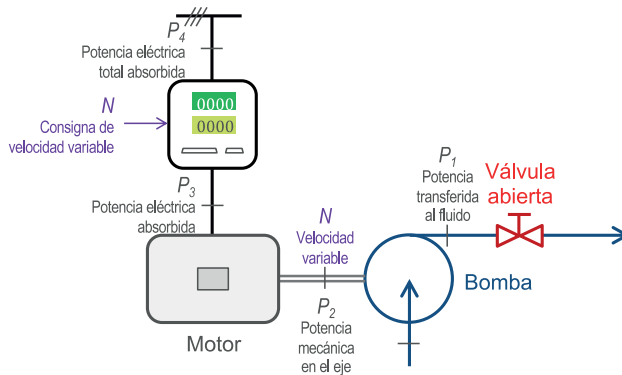


Figura 5. Esquema de una instalación de trasiego de agua mediante una bomba hidráulica cuya velocidad se controla mediante un convertidor de potencia (válvula completamente abierta), lo que permite ajustar el caudal que circula.

La utilización de un convertidor o acondicionador de potencia permite ajustar la velocidad de funcionamiento del conjunto motor-bomba a las condiciones requeridas por el sistema de trasiego de agua (su carga mecánica), sin tener que incrementar su nivel de resistencia mecánica del sistema actuando sobre la válvula de estrangulamiento. Eso reduce su demanda de potencia/energía eléctrica (entrada), haciendo más eficiente al sistema.

Al utilizarse un convertidor de potencia, el punto de funcionamiento se ajusta seleccionando el valor apropiado de consigna de velocidad, N , lo que desplaza verticalmente la curva motriz o curva característica altura-caudal, $H_{VV} = H_{Vr}(Q, N)$, en vez de ajustando la resistencia mecánica de la carga. En consecuencia, la curva característica altura-caudal inicial, $H = H_r(Q, N_r)$, correspondiente a la velocidad de referencia (motor alimentado directamente de la red) se convierte ahora en una familia de curvas, $H_{VV} = H_{Vr}(Q, N)$, con la velocidad variable, N , como parámetro, mientras que la familia de características de par de carga inicial queda reducida ahora a una única curva: la de característica de mínima resistencia mecánica, $c = 0$:

$$H_R(Q, c = 0) = k_{R0} + k_{R2}(c = 0) \cdot Q^2 = 5 + \frac{1}{175} \cdot Q^2$$

La ley de semejanza o afinidad para la altura, $H(Q, N)/H_r(Q_r) = (N/N_r)^2$, permite calcular las velocidades de funcionamiento de la bomba (velocidades de consigna del convertidor de potencia), N_j , que permiten que el sistema funcione con la válvula completamente abierta (característica de mínima resistencia mecánica, $c = 0$), pero con los caudales de los puntos A, B y C de la Fig. 6, cuando funcionaba a la velocidad de referencia (motor alimentado directamente de la red). Para ello basta plantear que para cada valor del caudal, Q , debe verificarse que:

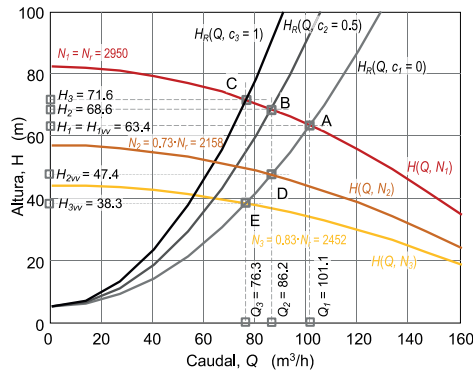


Figura 6. Puntos de funcionamiento del sistema de bombeo (A, B y C) cuando el nivel de resistencia del sistema, c , se ajusta a valores iguales a 0, 0.5 y 1, con la bomba accionada por un motor eléctrico alimentado directamente de la red (tensión y frecuencia nominales). Apertura de la válvula ($c = 0$) y utilización de un convertidor de potencia para desplazar la característica mecánica del motor y modificar así los posibles puntos de funcionamiento (A, D y E) manteniendo los valores de caudal de los puntos iniciales.

$$\frac{H_R(Q, c = 0, N_j)}{H_R(Q, c_j, N_r)} = \left(\frac{N_j}{N_r}\right)^2 = n_j^2$$

En consecuencia, la relación de velocidades, n_j , o las velocidades de funcionamiento, N_j , resultan:

$$N_j = N_r \cdot n_j = N_r \cdot \sqrt{\frac{H_R(Q, c = 0, N_j)}{H_R(Q, c_j, N_r)}}$$

Una vez conocida la relación de velocidades, n_j , o las velocidades de funcionamiento, N_j , para obtener la nueva curva motriz o curva característica altura-caudal, $H_{VT} = H_{VT}(Q, N)$, cuando el conjunto motor-bomba funciona a una velocidad N , puede utilizarse la característica altura-caudal conocida, $H_r(Q_r)$, a la velocidad de referencia $N_r = 2950$ rpm (motor alimentado de la red), junto con las leyes de semejanza o afinidad para caudales, $Q/Q_r = N/N_r$, y alturas, $H(Q, N)/H_r(Q_r) = (N/N_r)^2$, lo que permite plantear que:

$$\begin{aligned} H_{VT}(Q, N) &= H_r(Q_r) \cdot \left(\frac{N}{N_r}\right)^2 = H_r\left(Q \cdot \frac{N_r}{N}\right) \cdot \left(\frac{N}{N_r}\right)^2 = \left(k_{H0} + k_{H2} \cdot Q^2 \cdot \left(\frac{N}{N_r}\right)^2\right) \cdot \left(\frac{N}{N_r}\right)^2 \\ &= k_{H0} \cdot \left(\frac{N}{N_r}\right)^2 + k_{H2} \cdot Q^2 = 82.4287 \cdot \left(\frac{N}{2950}\right)^2 - 1.8608 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2 \end{aligned}$$

Usando la relación de velocidades, $n = N/N_r$, resulta una expresión más compacta para la familia de curvas:

$$H_{vr}(Q, n) = k_{H0} \cdot n^2 + k_{H2} \cdot Q^2 = 82.4287 \cdot n^2 - 1.8608 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2$$

Esta expresión de la familia de curvas caudal-altura con velocidad variable también permite calcular las coordenadas de los nuevos puntos de funcionamiento del sistema, D ($c = 0$) y E ($c = 0$) con los caudales de los puntos B ($c = 0.5$) y C ($c = 1$), respectivamente. Estos puntos corresponden a la intersección de la nueva curva característica altura-caudal, $H_{vr}(Q, N_j)$, cuando el conjunto motor-bomba funciona con velocidad N_j , con la curva resistente del sistema con la válvula abierta, $H_R(Q, c = 0)$.

Las leyes de afinidad o semejanza también permiten calcular la potencia mecánica transferida al fluido, P_l (Fig. 5), en los nuevos puntos de funcionamiento con velocidad variable. Para ello basta plantear que, para cada valor del caudal, Q , debe verificarse que:

$$\frac{P_l(Q, c = 0, N_j)}{P_{lr}(Q, c_j)} = \left(\frac{N_j}{N_r}\right)^3 = n_j^3$$

Utilizando la relación de velocidades obtenida a partir de las alturas, resulta:

$$\frac{P_l(Q, c = 0, N_j)}{P_{lr}(Q, c_j)} = \left(\frac{N_j}{N_r}\right)^3 = n_j^3 = \left(\frac{H_R(Q, c = 0, N_j)}{H_R(Q, c_j, N_r)}\right)^{3/2}$$

Una vez conocida la potencia mecánica transferida al fluido, P_l , para obtener los correspondientes valores de la potencia mecánica en el eje del sistema motor-bomba, P_2 , basta con tener en cuenta que el rendimiento de la bomba, $\eta_B(Q, N)$. Como se indica en el enunciado, las pérdidas de la bomba ($1 - \eta_B$, en valor relativo) aumentan cuando se reduce la velocidad de giro. Para la bomba considerada, este efecto hace que la variación del rendimiento con la velocidad se exprese como:

$$\eta_B(Q, N) = 1 - (1 - \eta_{Br}(Q_r)) \left(\frac{N_r}{N}\right)^{0.154} = 1 - \left(1 - \eta_{Br}\left(Q \frac{N_r}{N}\right)\right) \left(\frac{N_r}{N}\right)^{0.154}$$

o, en función de la velocidad relativa, como:

$$\eta_B(Q, n) = 1 - (1 - \eta_{Br}(Q_r)) n^{-0.154} = 1 - \left(1 - \eta_{Br}\left(\frac{Q}{n}\right)\right) n^{-0.154}$$

Con ello, la potencia mecánica en el eje del sistema motor-bomba, P_2 , resulta:

$$P_2(Q, c = 0, N_j) = \frac{P_1(Q, c_j, N_r)}{\eta_B(Q, N)}$$

Para obtener la potencia eléctrica absorbida por el motor, P_3 (Fig. 5), solo hay que considerar el rendimiento del motor eléctrico, η_M , que se admite que se mantiene aproximadamente constante en el rango de velocidades y pares demandados por la bomba, con lo que:

$$P_3 = \frac{P_2}{\eta_M}$$

Finalmente, para obtener la potencia eléctrica total absorbida de la red, P_4 (Fig. 5), hay que incorporar el rendimiento del convertidor de potencia, η_{CONV} , con lo que:

$$P_4 = \frac{P_3}{\eta_{CONV}} = \frac{P_2}{\eta_M \eta_{CONV}}$$

La Tabla 5 resume los valores de la relación de velocidades, n_j , o las velocidades de funcionamiento, N_j , necesarias para que el sistema motor-bomba funcione con los mismos caudales, Q_j , del apartado 2, pero con la válvula completamente abierta. También muestra los valores correspondientes de altura, y potencia eléctrica absorbida por el motor y la potencia eléctrica total absorbida de la red por el convertidor.

Tabla 5. Funcionamiento del sistema cuando se utiliza un convertidor o acondicionador de potencia para ajustar el caudal y se mantiene la válvula completamente abierta (mínimo nivel de fricción del sistema), $c = 0$.

Magnitud, símbolo	Unidades	Valores		
Caudal, Q	m ³ /h	$Q_1 = 101.1017$	$Q_2 = 86.1516$	$Q_3 = 76.3307$
Velocidad, N	r/min	$N_1 = 2950.0$	$N_2 = 2452.2$	$N_3 = 2157.6$
Velocidad relativa, $n = N/N_r$	p.u.	$n_1 = 1.0000$	$n_2 = 0.8312$	$n_3 = 0.7314$
Altura, H	m	$H_1 = 63.4089$	$H_2 = 47.4120$	$H_3 = 38.2936$
Potencia mecánica transferida al fluido, P_f	kW	$P_{f1} = 17.4693$	$P_{f2} = 11.1306$	$P_{f3} = 7.9651$
Rendimiento de la bomba, $\eta_B(Q, N) = 1 - (1 - \eta_{B^*}(Q_r)) \cdot (N_r/N)^{0.154}$	p.u.	$\eta_{B1} = 0.7493$	$\eta_{B2} = 0.7224$	$\eta_{B3} = 0.6863$

Magnitud, símbolo	Unidades	Valores		
Potencia mecánica en el eje, $P_2 = P_1/\eta_B$	kW	$P_{21} = 23.3144$	$P_{22} = 15.4087$	$P_{23} = 11.6064$
Rendimiento del motor, $\eta_M = P_2/P_3$	p.u.	$\eta_{M1} = 0.922$	$\eta_{M2} = 0.922$	$\eta_{M3} = 0.922$
Potencia eléctrica motor, $P_3 = P_2/\eta_M$	kW	$P_{31} = 25.2868$	$P_{32} = 16.7122$	$P_{33} = 12.5883$
Rendimiento del convertidor, $\eta_{CONV} = P_3/P_4$	p.u.	$\eta_{C1} = 0.95$	$\eta_{C2} = 0.95$	$\eta_{C2} = 0.95$
Potencia eléctrica total, $P_4 = P_3/\eta_C$	kW	$P_{41} = 26.6176$	$P_{42} = 17.5918$	$P_{43} = 13.2509$
Rendimiento total, $\eta = \eta_B \cdot \eta_M \cdot \eta_{CONV} = P_1/P_4$	p.u.	$\eta_1 = 0.6563$	$\eta_2 = 0.6327$	$\eta_3 = 0.6011$

Como puede verse, con la válvula completamente abierta, conforme se va reduciendo la velocidad del motor:

- Como en el caso anterior, el caudal se va reduciendo desde los 101.1 m³/h iniciales ($c = 0$) hasta los 76.3 m³/h finales ($c = 1$), lo que supone una reducción del 24.5% del valor inicial.
- Al contrario de lo que sucedía en la situación anterior, la altura de impulsión se reduce ahora desde los 63.4m hasta los 38.3m (39.6% de reducción).
- La potencia eléctrica absorbida se reduce desde 26.6kW (algo mayor que en el caso anterior, debido al rendimiento del convertidor) hasta los 13.3kW (50.2% de reducción).
- El rendimiento conjunto del sistema con velocidad variable y $c = 0$ (válvula completamente abierta), es ligeramente inferior (entre 2 y 3 puntos porcentuales) al caso de ajuste mediante estrangulamiento. Esto es debido a dos efectos contrapuestos:
 - o La presencia del convertidor introduce un nuevo componente de pérdidas (rendimiento) en la cadena del sistema, lo reduce su rendimiento conjunto. Este efecto se observa claramente en el punto A, que es el mismo en ambos casos, y cuyo rendimiento conjunto pasa de 67.5% a 65.6%.
 - o El rendimiento de la bomba que, aunque se deteriora cuando funciona con velocidades inferiores a la de referencia ($N < N_r$), las condiciones de funcionamiento con velocidad variable de este caso (caudal y altura) hacen que dicho rendimiento se incremente muy ligeramente, lo que compensa parcialmente las pérdidas introducidas por el convertidor de potencia.

Como la potencia transferida al fluido se reduce ahora de forma significativa, la potencia eléctrica absorbida por el convertidor de la red, también lo hace.

Las pérdidas totales del sistema son la suma de las pérdidas en el motor eléctrico, en la bomba y en el sistema de trasiego de fluido (tuberías y la válvula, cuando no está completamente abierta) como se muestra en la Fig. 7. En esta figura, cuando el sistema funciona en A, con la bomba a la velocidad de referencia y la válvula completamente abierta, el segmento DE es la altura estática (geodésica) del sistema, es decir, la diferencia de altura del depósito superior respecto del inferior. El segmento EA es la altura dinámica que corresponde a las pérdidas por fricción en las tuberías del sistema. Cuando el sistema funciona en B, con la válvula total o parcialmente cerrada, el segmento FG sigue representando la altura estática (geodésica) del sistema, y el segmento GB es la altura dinámica. La altura dinámica ahora corresponde a las pérdidas por fricción en las tuberías del sistema (segmento GJ) más las perdidas por fricción en la válvula (segmento JB).

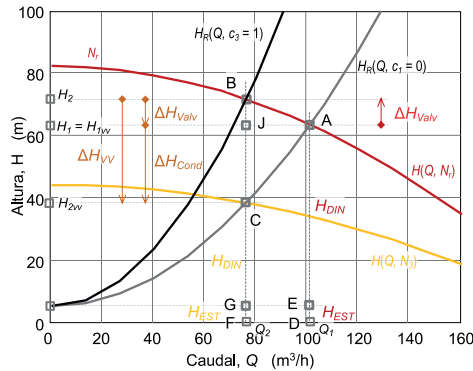


Figura 7. Puntos A y B de funcionamiento del sistema de bombeo cuando el caudal se ajusta por estrangulamiento de una válvula, con la bomba accionada a la velocidad de referencia (motor conectado a la red). Apertura de la válvula y utilización de un convertidor de potencia para reducir la velocidad de funcionamiento y modificar el punto de funcionamiento a C, manteniendo el caudal del punto B.

Cuando el sistema funciona en C, con una velocidad inferior a la de referencia y con la válvula completamente abierta, el segmento FG sigue representando la altura estática (geodésica) del sistema, mientras que el segmento GC es ahora la nueva altura dinámica. En consecuencia, el segmento BC es una medida de las pérdidas evitadas con el uso del convertidor para reducir la velocidad de la bomba. El segmento BC se compone, a su vez, de dos términos: la altura debida a la válvula (BJ) y la altura debida a la conducción (JC). Es interesante observar cómo, en este caso, la mayor parte de la reducción de altura (reducción de la potencia mecánica transferida al fluido y, finalmente, absorbida) se debe a la reducción de la fricción en la conducción.

La utilización de un convertidor de potencia para ajustar el caudal del sistema, dejando la válvula completamente abierta, permite reducir las pérdidas por fricción en la propia válvula. La reducción del caudal debida a la reducción de velocidad también reduce las pérdidas por fricción en las tuberías del sistema de bombeo. Todo ello contribuye a una reducción de las pérdidas totales o del rendimiento conjunto del sistema.

5. El consumo anual de energía eléctrica, E_{CONV} , puede calcularse a partir de los valores de la potencia eléctrica absorbida, $P_{4j} = P_4(Q_j, n_j)$, considerando los periodos de tiempo correspondientes a cada nivel de resistencia de la carga, t_j . Así, la energía eléctrica consumida en un día laborable puede expresarse como:

$$E_{CONVd} = \sum_{j=1}^3 P_{4j} \cdot t_j$$

Si el motor funciona durante $N_{DL} = 250$ días laborables al año, la energía anual consumida puede expresarse como:

$$E_{CONV} = N_{DL} \cdot \sum_{j=1}^3 P_{4j} \cdot t_j$$

Sustituyendo valores, la energía anual consumida por el motor cuando funciona con velocidad variable (convertidor de potencia) y ajustando el nivel de resistencia mecánica de la válvula al mínimo ($c = 0$):

$$E_{CONV} = N_{DL} \cdot \sum_{j=1}^3 P_{4j} \cdot t_j = 250 \cdot (26.6176 \cdot 4 + 17.5918 \cdot 8 + 13.2509 \cdot 12) = 101.5539 \text{ MWh}$$

Para calcular el coste anual de la factura eléctrica basta con multiplicar la cantidad de energía, E_{CONV} , por su precio medio, $p_E = 120 \text{ €/MWh}$, con lo que resulta:

$$C_{ECONV} = E_{CONV} \cdot p_E = p_E \cdot N_{DL} \cdot \sum_{j=1}^3 P_{4j} \cdot t_j = 101.5539 \cdot 120 = 12.1865 \text{ k€}$$

El rendimiento energético conjunto del sistema resulta:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{E_{1C}}{E_{CONV}} = \frac{N_{DL} \cdot \sum_{j=1}^3 P_{1Cj} \cdot t_j}{N_{DL} \cdot \sum_{j=1}^3 P_{4j} \cdot t_j} = \frac{\sum_{j=1}^3 P_{1Cj} \cdot t_j}{\sum_{j=1}^3 P_{4j} \cdot t_j} \\ &= \frac{63.6258}{101.5539} = \frac{17.4693 \cdot 4 + 11.1306 \cdot 8 + 7.9651 \cdot 12}{26.6176 \cdot 4 + 17.5918 \cdot 8 + 13.2509 \cdot 12} = 0.6265 \end{aligned}$$

Conviene observar que, aunque el rendimiento conjunto del sistema es algo inferior ahora (2.19% menos), la energía eléctrica total consumida se ha reducido desde 145.5131 MWh hasta 101.5539 MWh (30.2%). Esto es debido a que la potencia mecánica transferida al fluido se ha reducido desde 94.35793 MWh hasta 63.62582 MWh (48.30%).

Las pérdidas energéticas anuales ascienden ahora a 37.928 MWh (antes 51.155 MWh) y su coste asciende a 4.5514 k€ (antes 6.1386 k€).

6. El ahorro energético anual, ΔE , que se consigue cuando se utiliza un convertidor o acondicionador de potencia para adaptarse a los requerimientos del sistema (caudal) variando la velocidad de la bomba en vez de incrementar el nivel de resistencia mecánica del sistema mediante el cierre de la válvula es:

$$\Delta E = E - E_{CONV} = 145.5131 - 101.5539 = 43.959 \text{ MWh}$$

El correspondiente ahorro anual en la factura de suministro eléctrico, ΔC_E , resulta:

$$\Delta C = C_E - C_{ECONV} = 17461.6 - 12186.5 = 5275.1 \text{ €}$$

Como puede verse, el uso del convertidor de potencia reduce la demanda energética anual y su coste en un 30.2% respecto de la situación inicial.

Como es lógico, para conseguir estos ahorros es preciso adquirir e instalar el convertidor de potencia. Considerando un coste unitario de adquisición e instalación para el convertidor de potencia de $p_{CONV} = 210 \text{ €/kW}$, y una potencia nominal igual a la del motor eléctrico, $P_{CONV} = P_{MN} = 30 \text{ kW}$, la inversión necesaria para el convertidor resulta:

$$C = P_{CONV} \cdot p_{CONV} = 30 \cdot 210 = 6300 \text{ €}$$

Como puede verse, el coste del convertidor tan solo es ligeramente superior al ahorro en la factura eléctrica de un año. En consecuencia, el tiempo de retorno simple, t_{rs} , correspondiente a la adquisición e instalación del convertidor de potencia resulta:

$$t_{rs} = \frac{C}{\Delta C} = \frac{P_{CONV} \cdot p_{CONV}}{\Delta C \cdot p_E} = \frac{6300}{5275.1} = 1.1943 \text{ años}$$

La Tabla 6 permite comparar el funcionamiento del sistema de trasiego con el motor impulsor de la bomba conectado a la red y ajuste mediante estrangulamiento de la válvula (fricción del sistema) frente al uso de la válvula abierta (resistencia mecánica de la válvula ajustada al mínimo) y ajuste mediante variación de la velocidad de la bomba.

Tabla 6. Comparación del funcionamiento del motor conectado a la red y ajuste con válvula frente al uso de la válvula abierta y ajuste mediante variador de velocidad.

Caudal de funcionamiento Q (m ³ /s)	Motor conectado a la red (velocidad constante) Ajuste por estrangulamiento de válvula		Convertidor-Variador de velocidad Válvula abierta y ajuste por variación de velocidad	
	Altura H (m)	Potencia eléctrica P_3 (kW)	Altura H (m)	Potencia eléctrica P_4 (kW)
$Q_1 = 101.1017$	$H_1 = 63.4089$	$P_{31} = 25.8935$	$H_{1VV} = H(Q_1, c=0) = 63.4089$	$P_{41} = 26.6176$
$Q_2 = 86.1516$	$H_2 = 82.6423$	$P_{32} = 24.5387$	$H_{2VV} = H(Q_2, c=0) = 47.4120$	$P_{42} = 17.5918$
$Q_3 = 76.3307$	$H_3 = 120.5642$	$P_{33} = 23.5141$	$H_{3VV} = H(Q_3, c=0) = 38.2936$	$P_{43} = 13.2509$

En el primer caso (estrangulamiento), al aumentar la resistencia de la carga mecánica desde $c = 0$ a $c = 1$ para ajustar el caudal, la altura crece conforme se reduce el caudal (efecto dominante). Como consecuencia de la compensación parcial que se produce, la potencia mecánica decrece ligeramente, lo que hace que la potencia eléctrica absorbida de la red experimente una ligerísima reducción.

En el segundo caso (válvula abierta), conforme se va reduciendo la velocidad para ajustar el caudal, decrecen tanto el caudal como la altura. Esto reduce tanto la potencia mecánica como la eléctrica absorbida de la red. Conviene observar que aunque el convertidor de potencia introduce una cantidad adicional de pérdidas (rendimiento inferior a la unidad) en el sistema, estas son mucho menores que las que introduce el estrangulamiento de la válvula.

El efecto del rendimiento del convertidor puede comprobarse comparando el funcionamiento en el punto A (Fig. 6). En este punto inicial, los 25.9kW que demanda el sistema con el motor conectado a la red se incrementan hasta 26.6kW cuando se utiliza el convertidor de potencia. Como el punto hidráulico de operación (caudal y altura) es el mismo, el rendimiento del variador de velocidad incrementa ligeramente la potencia eléctrica absorbida. Sin embargo, comparando el punto C con el E, con el mismo caudal pero diferentes alturas, los 23.5kW del motor conectado a la red se reducen hasta los 13.3kW con el variador de velocidad, lo que supone una reducción significativa de potencia, a pesar de las pérdidas introducidas por el convertidor.

Discusión:

El flujo a la entrada de las bombas debe cumplir ciertas condiciones para evitar que se produzca cavitación; es decir, la evaporación del líquido debido a la reducción local de la presión absoluta por debajo de la presión de vapor del fluido y su posterior condensación en la zona de mayor presión.

En el interior del rodete el flujo se acelera y la presión local se hace inferior a la presión a la entrada. Cuando el valor de la presión mínima se hace inferior a la presión de vapor del fluido (dependiente de la temperatura) se produce la aparición de burbujas (líquido \rightarrow vapor). Las burbujas que se forman en la sección de entrada del rodete resultan arrastradas por el flujo y, al llegar a las zonas de alta presión, condensan súbitamente (vapor \rightarrow líquido). La reducción casi instantánea del volumen produce un fuerte movimiento del líquido circundante hacia el centro de la burbuja. El colapso de las burbujas (vapor \rightarrow líquido) es extremadamente violento, por lo que da lugar a presiones locales muy elevadas. Cuando el colapso de las burbujas tiene lugar cerca de las superficies sólidas de los alabes se produce una erosión o picado característico en los alabes.

En la fase de diseño de una instalación es preciso asegurar que la bomba no cavite. Este análisis se realiza en la práctica empleando el concepto de altura neta de succión positiva o *Net Positive Suction Head* (NPSH) o, más brevemente, altura neta positiva. La altura neta de succión positiva, NPSH, es la diferencia entre la presión de entrada y el nivel de presión más bajo dentro de la bomba. El NPSH es, por lo tanto, una medida de la máxima pérdida de presión que tiene lugar dentro de la primera parte del cuerpo de la bomba.

En la actualidad, todos los fabricantes de bombas proporcionan, generalmente de forma gráfica o tabulada, la curva de altura neta positiva requerida o necesaria $NPSH_R = NPSH_R(Q)$, para que no se produzca cavitación en la bomba. La condición para que no exista cavitación es que la presión mínima esté por encima de la presión de vapor. En la práctica, esta condición se verifica haciendo que la altura neta positiva disponible, $NPSH_D$, sea mayor que la altura neta positiva requerida, $NPSH_R$.

Si p_e y v_e son la presión y velocidad del fluido a la entrada de la bomba, p_v y ρ son la presión de vapor y densidad del fluido, y g es la aceleración de la gravedad, la altura neta positiva disponible puede calcularse mediante la expresión:

$$NPSH_D = \frac{p_e - p_v}{\rho \cdot g} + \frac{v_e^2}{2g}$$

La condición para evitar la cavitación es que la altura neta positiva disponible sea superior a la altura neta positiva requerida o necesaria:

$$NPSH_D > NPSH_R$$

En la resolución de este caso no se ha realizado la comprobación de que el funcionamiento de la bomba se produzca sin cavitación.