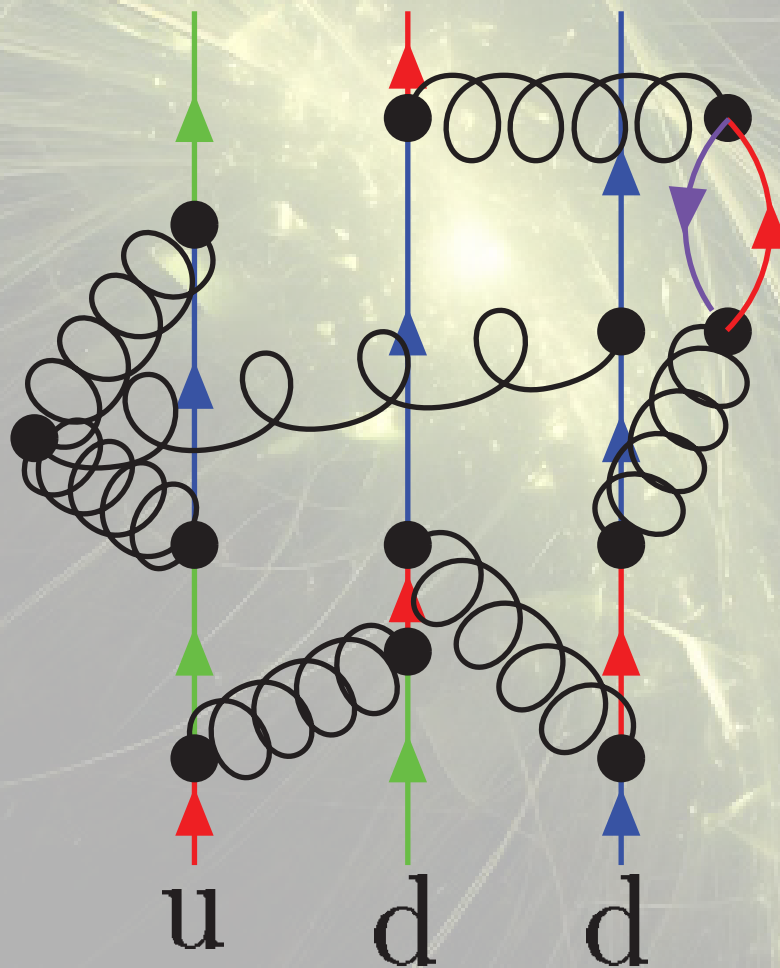


Joaquín Gómez Camacho

Física de Partículas en 3 créditos



Editorial Universidad de Sevilla

Física de Partículas en 3 créditos

Joaquín Gómez Camacho

Física de Partículas en 3 créditos

 EDITORIAL
UNIVERSIDAD DE SEVILLA

Sevilla 2025

Colección: Manuales universitarios
Núm.: 109

Comité editorial de
la Editorial Universidad de Sevilla:

Araceli López Serena

(Directora)

Elena Leal Abad

(Subdirectora)

Concepción Barrero Rodríguez

Rafael Fernández Chacón

María Gracia García Martín

María del Pópulo Pablo-Romero Gil-Delgado

Manuel Padilla Cruz

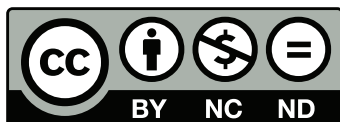
Marta Palenque

María Eugenia Petit-Breuilh Sepúlveda

Marina Ramos Serrano

José-Leonardo Ruiz Sánchez

Antonio Tejedor Cabrera



Esta obra se distribuye con la licencia
Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional
(CC BY-NC-ND 4.0)

Editorial Universidad de Sevilla 2025

c/ Porvenir, 27 - 41013 Sevilla.

Tlfs.: 954 487 447; 954 487 451

Correo electrónico: infoeus@us.es

Web: <https://editorial.us.es>

Joaquín Gómez Camacho 2025

DOI: <https://dx.doi.org/10.12795/9788447227891>

Maquetación: Joaquín Gómez Camacho

Diseño de cubierta y edición electrónica:

Editorial Universidad de Sevilla

Prefacio

Este manual surge de la docencia del autor en Física de Partículas en la Facultad de Física de la Universidad de Sevilla, durante 30 años, desde 1992. Se partía de una asignatura cuatrimestral optativa de Física de Partículas, que duraba cuatro meses. Posteriormente, el cambio de los planes de estudio con el Plan Bolonia, redujo la licenciatura de 5 años a un grado de 4 años, y la asignatura optativa de Física de Partículas del quinto curso quedó integrada en una asignatura troncal, obligatoria, de 6 créditos, titulada Física Nuclear y de Partículas. Esto requirió la adaptación del material para que se impartiera en la mitad de tiempo, unos dos meses, que corresponde a tres créditos, y que fuera adecuado para la generalidad de los alumnos de la titulación, en lugar del grupo selecto que elegía la optativa.

El manual era, inicialmente, un conjunto de apuntes del profesor, complemento a las clases de pizarra, que permitía a los alumnos atender a la clase sin tener que copiar frenéticamente sus propios apuntes. Gradualmente, la pizarra fue dando paso a presentaciones del ordenador, de forma que las clases se impartían usando transparencias más visuales, aunque también más esquemáticas. No obstante, el manual se mantenía como una referencia en la que pudieran darse argumentaciones y razonamientos que los alumnos, idealmente, pudieran leer y comprender. El manual tiene una componente práctica: hay una serie de ejercicios propuestos, en cada tema, en la que los alumnos pueden aplicar los conocimientos adquiridos. Estos ejercicios propuestos son similares a las preguntas de los exámenes, con lo que dan una guía clara de lo que el profesor pretende que los alumnos conozcan.

El manual pretende dar una visión histórica, pero, sobre todo, acompañar al alumno, que parte de unos conocimientos de física cuántica y de física nuclear, para que vaya descubriendo nuevas partículas, y nuevas interacciones, y nuevos formalismos, conforme son necesarios para describir las evidencias experimentales que fueron apareciendo en física de partículas. En este contexto, es muy relevante el concepto de Paradigma. Se parte del Paradigma de la Física Moderna, que es esencialmente la situación en torno a 1930, ya hace cien años. Es un punto de partida en el que el estudiante debe sentirse razonablemente

cómodo, al hablar de protones, neutrones y electrones, junto con sus interacciones, en el marco de una teoría cuántica no relativista. A continuación, se evoluciona gradualmente hacia lo que llamamos un Paradigma de Transición, que sería la situación en torno a 1960, con múltiples partículas, bariones, mesones y leptones, y con interacciones descritas por lagrangianos en teoría cuántica de campos. Es esperable que el estudiante se encuentre incómodo, con esta compleja descripción de la naturaleza, y espere un cambio de paradigma. Esto se consigue en la parte final, con la introducción del Paradigma Actual, el Modelo Estándar, establecido en torno a 1975. Todos los resultados experimentales obtenidos en los últimos 50 años, son consistentes con el modelo estándar. Se explican con 6 quarks, 6 leptones, 4 tipos de bosones gauge y el Higgs. Todas las interacciones surgen, de forma conceptualmente muy simple, aunque formalmente compleja, a partir de unos grupos de simetría, $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$. Una brevísima guía al contenido del manual es el esquema siguiente:

Paradigma	Física Moderna (~1930)	Transición (~1960)	Modelo Estándar (~1975)
Partículas	Protón, neutrón Electrón, neutrino	Hadrones Leptones	6 Quarks 6 Leptones
Interacciones	Fuerte Electromagnética Débil	Mesones. Fotones Bosones W	QCD $SU(3)$ 8 gluones EW $SU(2) \times U(1)$ W^\pm, Z^0, γ 1 Higgs
Marco	Mecánica cuántica	Teoría Cuántica de campos	Teoría Gauge

El ideal del autor es que los alumnos vean el desarrollo de la asignatura como el melómano que se enfrenta a un concierto. El primer movimiento (paradigma de la física moderna) tiene compases familiares, que se complican gradualmente. El segundo movimiento (paradigma de transición) desarrolla una variedad de nuevos compases, que se perciben como complejos y disonantes. El tercer movimiento (modelo estándar) resuelve las disonancias en una armonía bellísima, rotunda e inesperada.

Con respecto a la bibliografía, el manual pretende ser razonablemente autocontenido, para que los estudiantes puedan seguirlo sin tener que recurrir a referencias externas. La principal referencia que se da a lo largo del texto es a los datos experimentales del Particle Data Group <https://pdg.lbl.gov/>, que están en constante actualización. El manual contiene la información experimental disponible en 2023. Una bibliografía adicional recomendada para profundizar en los diferentes temas es la siguiente:

- Física Nuclear y de Partículas. Ferrer Soria, Antonio. 2015. Universitat de València. ISBN: 9788437096452
- Quarks & Leptons: An Introductory Course In Modern Particle Physics. F. Halzen, A.D. Martin. 1984. John Wiley and Sons. ISBN: 9780471887416
- Introduction to elementary particle physics. Alessandro Bettini. 2014. Cambridge University Press ISBN: 9781107050402
- Particles and Nuclei. An introduction to the physical concepts. Povh, Rith, Scholz, Zetsche. 2006. Publicación: Springer. ISBN: 978-3-540-36683-6
- Nuclear and Particle Physics. B.R. Martin. 2012. Publicación: John Wiley. ISBN: 9780470742747
- Introduction to Elementary Particles. David Griffiths. 2011. Wiley-VCH Verlag. ISBN: 9783527406012
- Subatomic Physics. Ernest M. Henley, Alejandro García. 2015. World Scientific. ISBN: 9789812700568
- The ideas of Particle Physics. An introduction for scientists. G.D. Coughlan, J.E. Dodd, B.M. Gripaios. 2006. Cambridge University Press. ISBN: 9780521677752
- Introduction to high energy physics. D.H. Perkins. 2001. Cambridge University Press ISBN: 0521621968

Este manual se ha beneficiado de la contribución de todos los compañeros del departamento de FAMN con los que, a lo largo de los años, he compartido la docencia de las partículas elementales: Maribel Gallardo, Juan Antonio Caballero, Antonio Moro, Jose Antonio Lay, Miguel Cortés, Manuela Rodríguez y Mario Gómez. Todos ellos han contribuido a detectar las múltiples erratas y errores, y han motivado a la actualización las notas. El autor agradece especialmente la lectura detallada de Antonio Pich, de la Universidad de Valencia, que ha servido para corregir errores y afinar conceptos para, finalmente, hacer público este trabajo de muchos años.

Joaquín Gómez Camacho. Sevilla, Abril de 2024

Índice general

1. El paradigma de la física moderna (~1930)	7
1.1. Partículas: Electrón, protón, neutrón, neutrino	7
1.2. Marco Teórico: La mecánica cuántica	8
1.2.1. Estado de una partícula	8
1.2.2. Estado de un sistema de partículas	9
1.2.3. Acoplamiento de espines	9
1.2.4. Evolución de un sistema: El operador Hamiltoniano	10
1.3. Interacciones	10
1.3.1. Interacción electromagnética	11
1.3.2. Interacción fuerte	11
1.3.3. Interacción débil	12
2. Decaimiento y Colisiones de partículas	17
2.1. Transiciones en mecánica cuántica	17
2.1.1. Densidad de estados: Decaimiento en dos partículas.	18
2.1.2. Densidad de estados: decaimiento en tres partículas.	20
2.2. Estimación de las probabilidades de emisión	22
2.3. Teoría de Fermi de la interacción débil	23
2.4. Secciones eficaces	25
2.4.1. Interacción de Yukawa	28
3. Propiedades de las partículas elementales	33
3.1. Introducción	33
3.2. Leptones	36
3.3. Hadrones	38
3.3.1. Número bariónico	38
3.3.2. Extrañeza	38

3.3.3.	Partículas “estables” y resonancias.	39
3.4.	Conservación de números cuánticos	42
3.5.	Isospín.	43
3.5.1.	Isospín de sistemas de partículas	46
3.5.2.	Conservación del isospín	46
3.5.3.	Relación entre las probabilidades de decaimiento	47
3.5.4.	Relación entre secciones eficaces	48
4.	Simetrías discretas	52
4.1.	Inversión espacial: Operador P	53
4.1.1.	Paridad P de sistemas de dos partículas	54
4.2.	Conjugación de carga: Operador C	55
4.2.1.	Paridad C de sistemas de partículas	56
4.3.	Conservación y violación de las simetrías discretas	57
4.3.1.	Violación de la paridad P y C por la interacción débil	57
5.	Un paradigma de transición (~1960)	63
5.1.	Partículas: Hadrones y leptones	63
5.2.	Marco teórico: Teoría cuántica de campos	63
5.3.	Interacciones	68
5.3.1.	interacción fuerte: Teoría mesónica	68
5.3.2.	interacción electromagnética: Electrodinámica cuántica	70
5.3.3.	Interacción débil: Teoría del bosón vectorial intermedio	71
6.	Modelo de Quarks	77
6.1.	Los quarks u, d, s y el modelo $SU(3)_F$ para los hadrones	77
6.1.1.	Propiedades de los hadrones en el modelo de quarks	80
6.1.2.	Color de los quarks	81
6.1.3.	Masas de los quarks	82
6.1.4.	Momento magnético	83
6.2.	Quarks pesados	85
6.2.1.	Quark c	85
6.2.2.	Quark b	86
6.2.3.	Quark t	87
6.3.	Las interacciones descritas en el modelo de quarks	87
6.3.1.	Interacción fuerte	88
6.3.2.	Interacción electromagnética.	92

6.3.3.	Interacción débil. Ángulo de Cabibbo. Matriz CKM.	92
6.4.	Evidencias experimentales de los quarks	95
6.4.1.	Experimentos de análisis	95
6.4.2.	Experimentos de síntesis	96
7.	El paradigma de la física actual: Modelo Estándar (~1975)	101
7.1.	Partículas: Quarks y Leptones	101
7.2.	Marco teórico: Teorías Gauge Locales	102
7.2.1.	La electrodinámica cuántica como ejemplo de teoría gauge	102
7.2.2.	Esquema general de las teorías gauge locales	105
7.3.	Interacciones	107
7.3.1.	Cromodinámica Cuántica	107
7.3.2.	Teoría Electrodébil	109
7.4.	El bosón de Higgs	111

Capítulo 1

El paradigma de la física moderna (~ 1930)

Un paradigma, en una disciplina científica, establece el marco conceptual que nos permite describir los fenómenos en el ámbito de dicha disciplina. En la física, un paradigma consta de unas partículas elementales, de las que están compuestos todos los sistemas físicos, unas interacciones entre las partículas elementales, y un marco teórico, que nos permite obtener las propiedades de los sistemas físicos a partir de las partículas componentes y sus interacciones.

El paradigma de la física moderna, entendida ésta como la física fundamental conocida en torno a 1930, incluye a protón, neutrón, electrón y neutrino como partículas que, en principio, serían fundamentales. Considera las interacciones gravitatoria, electromagnética, fuerte y débil. La primera es irrelevante para la física nuclear o de partículas. Las demás son consideradas en el marco de la teoría cuántica.

El desarrollo de este paradigma lleva a una descripción detallada de la estructura de átomos y núcleos atómicos. También puede describirse el decaimiento de estos sistemas, y las colisiones entre ellos.

1.1. Partículas: Electrón, protón, neutrón, neutrino

Las partículas que se consideraban elementales en 1932, son el protón, con carga positiva $+e$ y masa 938.27 MeV; el neutrón, con carga nula y masa 939.56 MeV, y el electrón, con carga $-e$ y masa 0.511 MeV. Además de estas partículas, se había postulado que debería existir otra partícula, el neutrino, con masa muy pequeña y carga nula, que

interactuaba muy débilmente con la materia, ya que, de no ser así, no se conservaría la energía en los procesos radiactivos de decaimiento beta. Esta partícula no pudo ser observada hasta muchos años después.

El protón, el electrón y el neutrino son estables. El neutrón, si se encuentra aislado, decae con una vida media de 896 s en protón, electrón y neutrino (estrictamente hablando, la partícula que se produce en el decaimiento del neutrón es la antipartícula del neutrino, o antineutrino).

Protón, neutrón, electrón y neutrino son fermiones, por lo que obedecen la estadística de Fermi-Dirac. La función de onda de un sistema de fermiones idénticos debe ser antisimétrica con respecto al intercambio de dos de ellos. Por tanto, no puede haber dos fermiones idénticos en el mismo estado cuántico. Los fermiones tienen momento angular intrínseco o espín semientero ($J = 1/2, 3/2, \dots$). En concreto, protón, neutrón, electrón y neutrino tienen espín $J = 1/2$, por lo que la proyección del espín a lo largo de un eje dado puede tomar los valores $m = \pm 1/2$.

La introducción de la mecánica cuántica relativista lleva a que para cada fermión debe existir su antipartícula, que tiene la misma masa pero carga eléctrica opuesta. Ello hace que, además de protón, neutrón, electrón y neutrino, existan también las antipartículas correspondientes.

1.2. Marco Teórico: La mecánica cuántica

En mecánica cuántica, cualquier sistema puede venir representado por un vector estado definido en un espacio vectorial (espacio de Hilbert). La caracterización completa de un sistema, a través de un vector estado, requiere especificar la partícula o partículas que lo componen, su estado de movimiento y su estado de espín.

1.2.1. Estado de una partícula

Por ejemplo, un electrón, con un momento $\vec{P} = \hbar\vec{k}$ y una proyección de su espín m viene dado por el estado $|e; \vec{k}; m\rangle$. Un electrón con una posición definida \vec{R} viene dado por el estado $|e; \vec{R}; m\rangle$. En general, la proyección del espín puede tomarse con respecto a un eje z arbitrario. Si la proyección del espín se toma con respecto al momento \vec{k} se denomina helicidad, y se suele representar por s .

Un electrón con una función de onda $\phi(\vec{r})$ viene dado por el estado:

$$|e; \phi; m\rangle = \int d\vec{r} \phi(\vec{r}) |e; \vec{r}; m\rangle \quad (1.1)$$

que es simplemente una superposición de estados con posición definida. No hay que confundir el vector estado, que caracteriza totalmente al sistema, con la función de onda, que describe solamente el movimiento.

1.2.2. Estado de un sistema de partículas

Un sistema de partículas viene descrito por estados producto, que también pertenecen al espacio de Hilbert. Así, un sistema formado por un electrón con momento \vec{k}_e y un protón con momento \vec{k}_p vendrá dado por

$$|e, p; \vec{k}_e, \vec{k}_p; m_e, m_p\rangle = |e; \vec{k}_e; m_e\rangle |p; \vec{k}_p; m_p\rangle \quad (1.2)$$

El vector estado que corresponde a un sistema de dos partículas, en el sistema de referencia centro de masas, viene caracterizado por la función de onda de su movimiento relativo. Por ejemplo, un sistema protón-neutrón, con una función de onda $\phi(\vec{r})$, donde \vec{r} es la coordenada relativa, viene descrita por un vector estado

$$|p, n; \phi; m_p, m_n\rangle = \int d\vec{r} \phi(\vec{r}) |p; \vec{r}/2; m_p\rangle |n; -\vec{r}/2; m_n\rangle \quad (1.3)$$

que es simplemente una combinación de estados producto.

El vector estado de un sistema complejo, como un núcleo atómico, puede expresarse en función de uno de sus componentes y el resto de las partículas. Por ejemplo, consideremos un núcleo con Z protones y N neutrones. Sea \vec{r}_p es la coordenada de un protón del núcleo con respecto a su centro de masas, y m_p es la proyección del espín de dicho protón. Sea ξ un conjunto de variables que describen las coordenadas y espines de las demás partículas del núcleo. El vector estado del sistema de A nucleones viene dado por

$$|Z, N; \Psi\rangle = \sum_{m_p} \int d\xi d\vec{r}_p \Psi(\xi, \vec{r}_p, m_p) |Z-1, N; \xi\rangle |p; \vec{r}_p; m_p\rangle \quad (1.4)$$

Por tanto, el vector estado de un sistema de A partículas puede escribirse como una combinación del producto de vectores estado del sistema de $A-1$ partículas por vectores estado del sistema de una partícula.

1.2.3. Acoplamiento de espines

Con frecuencia, resulta muy conveniente acoplar los espines de las partículas para obtener estados caracterizados por el espín total. Para un sistema de dos partículas de

espín $1/2$, el espín total puede ser $S_t = 0$ o $S_t = 1$. En general, para partículas con espines J_a y J_b , el espín total puede tomar todos los valores $|J_a - J_b| \leq S_t \leq |J_a + J_b|$, donde S_t toma valores enteros o semienteros, según sea $|J_a - L_b|$. Los estados con espín total definido vienen dados por una combinación de los estados con proyecciones del espín de cada partícula definidos determinada por los coeficientes de Clebsch-Gordan.

$$|a, b; \phi; S_t m_t\rangle = \sum_{m_a, m_b} \langle J_a m_a, J_b m_b | S_t m_t \rangle |a, b; \phi; m_a m_b\rangle \quad (1.5)$$

Además, la función de onda del movimiento relativo ϕ puede tener un momento angular orbital determinado L, M . Ello implica que $\phi(\vec{r}) = R(r)Y_{LM}(\theta, \phi)$. En este caso, es conveniente acoplar el momento angular orbital con el espín total para dar el momento angular total del sistema J_t . Este puede tomar valores $|L - S_t| \leq J_t \leq |L + S_t|$, de forma que los estados con momento angular total definido vienen dados por

$$|a, b; \phi, L; S_t; JM_J\rangle = \sum_{M, m_t} \langle LM, S_t m_t | JM_J \rangle |a, b; \phi, L, M; S_t m_t\rangle \quad (1.6)$$

1.2.4. Evolución de un sistema: El operador Hamiltoniano

En mecánica cuántica todas las magnitudes observables corresponden a operadores. Los operadores actúan sobre los estados del espacio de Hilbert y dan otros estados. De todos los operadores, uno especialmente relevante es el hamiltoniano H . El hamiltoniano, cuando actúa sobre un estado cualquiera, nos dice cómo cambia en el tiempo dicho estado.

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = H |\Psi(t)\rangle \quad (1.7)$$

Si un estado cuántico cambia debe haber un término del hamiltoniano que produce dicho cambio. El cambio de un estado puede corresponder a un cambio en el estado de movimiento orbital de una partícula, a un cambio en los espines, o incluso a un cambio en la naturaleza de la partícula. Un hamiltoniano puede contener términos que induzcan estos tres tipos de cambio. Por ejemplo, cuando un neutrón decae a un protón, un electrón y un neutrino, significa que existen términos en el hamiltoniano que conectan el estado de un neutrón, con el estado que corresponde a un sistema protón-electrón-neutrino.

1.3. Interacciones

Vamos a describir las características cualitativas de las interacciones:

1.3.1. Interacción electromagnética

Ocurre entre partículas cargadas eléctricamente, y tiene un largo alcance, que se hace infinito si no hay efectos de apantallamiento. La parte dominante a energías bajas de la interacción electromagnética es la interacción electrostática. El potencial electrostático entre dos partículas de carga e viene dado por la expresión

$$V(r) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (1.8)$$

donde $e^2/4\pi\epsilon_0 = 1.44 \text{ MeV fm}$. Para distancias típicas de 1 fm, la interacción entre dos partículas de carga unidad es del orden de 1 MeV. Así, podemos expresar $\langle H_{em} \rangle \sim 1 \text{ MeV}$, como una medida del orden de magnitud de la interacción electromagnética, a distancias de 1 fm. Este valor, con dimensiones de energía, será una referencia para comparar otras interacciones.

La interacción electrostática puede expresarse en términos de una constante adimensional, llamada constante de estructura fina.

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \simeq \frac{1}{137} \quad (1.9)$$

La constante adimensional α es otra referencia para comparar interacciones.

El potencial que describe la interacción electrostática puede expresarse, en términos de la constante de estructura fina, como

$$V(r) = \alpha Z_1 Z_2 \frac{\hbar c}{r} \quad (1.10)$$

1.3.2. Interacción fuerte

Ocurre entre protones y neutrones, es una interacción atractiva, y es responsable de que protones y neutrones formen núcleos atómicos. La interacción fuerte tiene un alcance del orden de 1 fm. La interacción fuerte tiene una dependencia complicada con la distancia, depende de la orientación de los espines, de la energía y del momento angular. No obstante, en muchos casos, pueden utilizarse parametrizaciones simples de la interacción fuerte. Por ejemplo, puede usarse un pozo cuadrado,

$$V_s(r) = -V_0 \quad r < R \quad ; \quad V_s(r) = 0 \quad r > R, \quad (1.11)$$

o bien una forma de tipo Yukawa:

$$V_s(r) = -V_0 \frac{\exp(-r/R)}{r/R}. \quad (1.12)$$

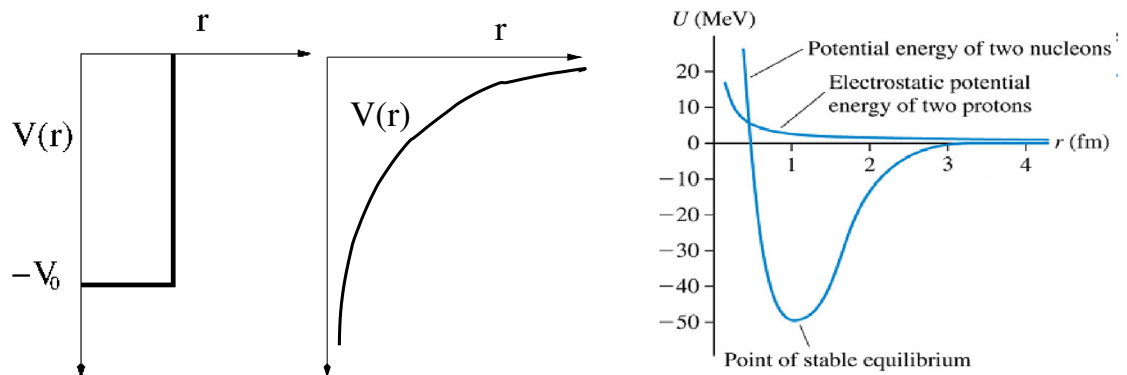


Figura 1.1: Potencial de la interacción fuerte entre dos protones. Se muestran como potenciales esquemáticos el potencial de pozo cuadrado y el potencial de Yukawa. También se muestra un potencial realista, que muestra una atracción y una repulsión a corto alcance. Como comparación se muestra la repulsión electromagnética, muy inferior a la interacción fuerte.

Los parámetros R y V_0 se obtienen ajustando datos experimentales, tales como la energía de ligadura y el radio del deuterón, que es un estado ligado de protón y neutrón. El parámetro R es del orden de 1 fm, y V_0 es del orden de 100 MeV. La comparación de los potenciales de pozo cuadrado, Yukawa y un potencial realista se presentan en la figura 1.1

Por tanto, podemos concluir que los elementos de matriz de la interacción fuerte son típicamente $\langle H_f \rangle \sim 100$ MeV, a distancias del orden de 1 fm. En este sentido, la interacción fuerte es más "fuerte" que la electromagnética $\langle H_{em} \rangle \sim 1$ MeV.

La interacción fuerte puede expresarse en términos de una constante adimensional α_s , de forma que

$$V_s(r) = -\alpha_s \frac{\hbar c}{r} \exp(-r/R). \quad (1.13)$$

El parámetro $\alpha_s \simeq 0.5$ (a escalas de energías del orden del MeV-GeV) es considerablemente más grande que la constante $\alpha \simeq \frac{1}{137}$ de la interacción electromagnética, por lo que también vemos que la interacción fuerte es más "fuerte" que la electromagnética.

1.3.3. Interacción débil

La interacción débil es la responsable del decaimiento de un neutrón libre: $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$. La partícula $\bar{\nu}$, o antineutrino, es una partícula sin carga y con masa en reposo muy

pequeña, que se mueve con una velocidad muy próxima a la de la luz. El neutrino, y su antipartícula, el antineutrino, fueron postulados para que se cumpliera la conservación de la energía, y se detectó experimentalmente muchos años después. Otros procesos posibles debidos a la interacción débil son: $n + \nu \rightarrow p + e^-$ (interacción de neutrinos), $p + e^- \rightarrow n + \nu$ (captura electrónica), $p \rightarrow n + e^+ + \nu$ (emisión β^+). Este último proceso no puede darse para un protón libre, porque no se conservaría la energía, pero sí puede ocurrir en un protón que se halla dentro de un núcleo atómico.

Estos procesos pueden describirse en la teoría de Fermi de la interacción débil introduciendo un término en el hamiltoniano que se expresa como

$$H_w = G_F \delta^3(\vec{r})(\tau^+ + \tau^-), \quad (1.14)$$

donde τ^+ es un operador que transforma un neutrón en protón, y crea o aniquila electrones y neutrinos conservando la carga eléctrica y el número leptónico, que veremos posteriormente. τ^- es el operador conjugado. Explícitamente, se tiene

$$\langle p | \tau^+ | n, e^+, \nu \rangle = \langle p, \bar{\nu} | \tau^+ | n, e^+ \rangle = \langle p, e^- | \tau^+ | n, \nu \rangle = \langle p, e^-, \bar{\nu} | \tau^+ | n \rangle = 1 \quad (1.15)$$

y el resto de los elementos de matriz son nulos. El operador τ^\pm es independiente del espín. Sólo conecta estados en los que $m_p = m_n$.¹

La constante de Fermi G_F toma el valor de $89.62 \cdot 10^{-6} \text{ MeV fm}^3$. Con mejor precisión, $G_F/(\hbar c)^3 = 1.1663787(6) \times 10^{-5} - \text{GeV}^{-2}$. La función δ indica que la interacción débil solamente actúa si las cuatro partículas participantes (p, n, e, ν) están en la misma posición. En realidad, la expresión anterior es una aproximación, que indica que la interacción débil tiene un alcance mucho más corto incluso que la interacción fuerte. Una estimación de la intensidad de la interacción débil se obtiene promediando su efecto sobre un volumen de 1 fm^3 , con lo cual se tiene $\langle H_w \rangle \simeq 10^{-4} \text{ MeV}$. Ello indica que la interacción débil es mucho más “débil” que la interacción electromagnética.²

¹Aquí sólo consideramos el operador de Fermi, en el que τ^\pm actúa sobre los bariones de forma análoga a los operadores de isospín I_\pm que se introducen más adelante. También existe el operador de Gamow-Teller, que puede cambiar la proyección del espín. La dependencia del espín de la interacción débil es crucial, cuando se formula en una teoría cuántica de campos

²No obstante, tal como se indica en el ejercicio 9, la constante de acoplo de la interacción débil no es necesariamente inferior al de la interacción electromagnética. Lo que realmente ocurre es que su alcance es mucho más corto, lo cual es debido a que se produce por el intercambio de una partícula pesada, el bosón W.

Problemas

1. Demostrar que, para que exista un estado ligado protón-neutrón con un potencial de interacción de tipo pozo cuadrado,

$$V(r) = -V_0, r < R \quad ; \quad V(r) = 0, r > R$$

siendo μ la masa reducida protón-neutrón, debe cumplirse que

$$V_0 R^2 \geq \frac{\pi^2 \hbar^2}{8\mu}.$$

Nota: La función de onda radial $\phi_l(r)$ puede escribirse como $u_l(r)/r$, donde $u_l(r)$ debe satisfacer la ecuación:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} \right) u_l(r) = -B u_l(r).$$

Considerar el caso $l = 0$ y $B \ll V_0$.

2. Para dos partículas idénticas, la función de onda completa debe ser antisimétrica si son fermiones y simétrica si son bosones. Teniendo en cuenta que los fermiones tienen espín semientero, y que los bosones tienen espín entero, y que la función de onda total es el producto de la función de onda orbital por la función de onda de espín, demostrar que ha de cumplirse, tanto para bosones como para fermiones, que siempre $L + S_t$ ha de ser par.

Nota: Para una función de onda orbital $\phi(\vec{r})$, donde \vec{r} es el vector que va de la partícula 1 a la 2, cambiar la partícula 1 por la 2 es equivalente a cambiar \vec{r} por $-\vec{r}$. Si la función de onda orbital tiene un momento angular definido L , entonces $\phi(-\vec{r}) = (-1)^L \phi(\vec{r})$.

Para la función de onda de espín, cambiar la partícula 1 por la 2 afecta solamente el orden en el que se acoplan los espines para dar el espín total. Puede utilizarse la propiedad de los coeficientes de Clebsch-Gordan:

$$\langle J_a m_a; J_b m_b | S_t m_t \rangle = (-1)^{S_t - J_a - J_b} \langle J_b m_b; J_a m_a | S_t m_t \rangle$$

3. Considere un sistema formado por dos partículas, con espines J_A y J_B , que se mueven con un momento angular orbital relativo L .

- (a) Obtener los valores del espín total al que se pueden acoplar las partículas.
- (b) Obtener los valores del momento angular total que puede tener el sistema.
- (c) Desarrolle el estado $|J_A M_A; J_B M_B; L M_L\rangle$ en términos de estados con espín total y momento angular total bien definidos.

Casos particulares:

- (I) $J_A = 1/2; M_A = 1/2; J_B = 1; M_B = 0; L = 1; M_L = 0.$
- (II) $J_A = 1/2; M_A = -1/2; J_B = 1/2; M_B = 1/2; L = 2; M_L = 1.$
- (III) $J_A = 1/2; M_A = -1/2; J_B = 1; M_B = 1; L = 1; M_L = -1.$

4. Considere un ion de berilio-7 (${}^7\text{Be}$) con un sólo electrón, en su estado fundamental.

- (a) Evalúe el elemento de matriz de la interacción electromagnética entre el electrón y el núcleo.
- (b) Evalúe el elemento de matriz de la interacción débil para un proceso de captura electrónica en el que se produce ${}^7\text{Li}$ y un neutrino.

Nota: Considerar que en el estado inicial, el electrón está en su estado ligado con $n = 1$, mientras que en el estado final, el neutrino viene dado por una onda plana normalizada en el volumen $\Omega = 1 \text{ fm}^3$.

5. Considere un protón con una energía cinética de 1500 MeV.

- (a)Cuál es su energía total.
- (b)Cuál es su momento.
- (c)Cuál es su velocidad.
- (d)Cuál es su energía en reposo.

Nota: Tener en cuenta las expresiones relativistas $E^2 = (m_0 c^2)^2 + (cp)^2$. Conviene dar el momento en las unidades de MeV/c y la velocidad en unidades de c .

6. Una partícula cuya energía en reposo es de 2500 MeV, e inicialmente en reposo, se desintegra en dos partículas que tienen, respectivamente, energías en reposo 1000 MeV y de 500 MeV.

- (a)Cuál es la energía cinética de cada una de las partículas que se producen.
- (b)Cuál es el momento de cada una de las partículas que se producen.

- (c) Cuál es la velocidad de cada una de las partículas que se producen.
- (d) Cuál es la velocidad relativa de las partículas que se producen.
7. Consideremos un sistema cuántico, que puede estar, entre otros posibles estados, en dos estados $|a\rangle$ y $|b\rangle$. Estos estados son autoestados del Hamiltoniano H del sistema, correspondientes a energías e_a y e_b . Consideremos también los estados $|c\rangle = (|a\rangle + |b\rangle)/\sqrt{2}$, y $|d\rangle = (|a\rangle - |b\rangle)/\sqrt{2}$.
- (a) Si en el instante inicial $t = 0$ el sistema está en el estado $|\phi(0)\rangle = |a\rangle$, ¿cuál será el estado $|\phi(t)\rangle$ en un instante t ?
- (b) Si en el instante inicial $t = 0$ el sistema está en el estado $|\phi(0)\rangle = |c\rangle$, ¿cuál será el estado $|\phi(t)\rangle$ en un instante t ?
- (c) ¿Cuál es la probabilidad de que el estado $|a\rangle$ se transforme en el estado $|b\rangle$, cuando transcurre un tiempo t ?
- (d) ¿Cuál es la probabilidad de que el estado $|c\rangle$ se transforme en el estado $|d\rangle$, cuando transcurre un tiempo t ?
- (e) De los estados descritos, cuáles son estacionarios, y por qué.
8. Expresar la interacción fuerte en función de una constante adimensional α_s y una escala de energía E_s

$$V_s(r) = \alpha_s \frac{\hbar c}{r} \exp(-rE_s/\hbar c)$$

Determinar los valores de α_s y E_s , a partir de los parámetros del potencial de Yukawa.

9. Expresar la dependencia radial de la interacción débil en función de una constante adimensional α_w y una escala de energía E_w

$$V_w(r) = \alpha_w \frac{\hbar c}{r} \exp(-rE_w/\hbar c)$$

Determinar la relación de los valores de α_w y E_w , de forma que la integral de volumen de $V_w(r)$ sea igual a la constante de Fermi.

Si α_w fuera igual a la constante de estructura fina, cuánto valdría la escala de energía E_w .

Capítulo 2

Decaimiento y Colisiones de partículas

2.1. Transiciones en mecánica cuántica

Consideremos un átomo de hidrógeno en el primer estado excitado $n = 2$. Este estado es un autoestado del Hamiltoniano del átomo de hidrógeno. Por tanto es (o debería ser) un estado estacionario, que debería evolucionar en el tiempo permaneciendo inalterado, salvo una fase.

Es obvio que esto no ocurre. El estado excitado acaba decayendo al estado fundamental, y se produce un fotón que se lleva la energía. Ello ocurre porque el Hamiltoniano completo no es sólo el Hamiltoniano del átomo de hidrógeno, ya que hay que incluir el hamiltoniano que acopla el átomo con la radiación.

En mecánica cuántica, una partícula inestable, dos partículas que colisionan, o un sistema compuesto que tenga una energía suficiente, puede descomponerse o decaer, produciendo varios fragmentos (partículas o fotones). Para describir este proceso, se descompone el hamiltoniano $H = H_0 + H'$. H_0 es la parte del hamiltoniano que define la partícula o el sistema, de forma que es un autoestado de H_0 . H' es la parte del hamiltoniano que produce el decaimiento.

En general, H' podrá expresarse como una suma de contribuciones de la interacción fuerte, la electromagnética y la débil $H' = H_f + H_{em} + H_d$, cuyos órdenes de magnitud se obtuvieron anteriormente.

La probabilidad por unidad de tiempo de que se produzca el decaimiento viene dada por la regla de oro de Fermi:

$$W_{i,f} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle i|H'|f\rangle|^2 \rho(E) \quad (2.1)$$

donde $\langle i|H'|f\rangle$ es el elemento de matriz de la parte del hamiltoniano responsable del decaimiento, entre el estado inicial i y el estado final f en el que se ha emitido los fragmentos, y $\rho(E)$ es la densidad de auto-estados de H_0 que pueden producirse tras el decaimiento, es decir, el número de estados finales entre E y $E + dE$, dividido por dE .

Nótese que si un sistema puede decaer a varios estados finales, la probabilidad total de decaimiento por unidad de tiempo será $W_i = \sum_f W_{i,f}$. Por ello, si en el instante inicial tenemos una probabilidad $P_i(0) = 1$, de tener el estado $|i\rangle$, en un instante posterior tendremos $P_i(t) = \exp(-W_i t)$. La probabilidad de que el sistema decaiga entre t y $t + dt$ es $-dP_i(t)/dt$. La vida media

$$\tau = \int_0^\infty dt \, t(-dP_i(t)/dt) = 1/W_i \quad (2.2)$$

Un estado cuántico con una vida media finita tiene una indeterminación en su energía. Esa indeterminación corresponde a una anchura en la energía del estado cuántico, que vale

$$\Gamma = \hbar/\tau = \hbar W_i \quad (2.3)$$

2.1.1. Densidad de estados: Decaimiento en dos partículas.

Caso general

Consideremos una partícula o sistema de partículas A que se desintegra en B + C. En el proceso se libera una energía total $E = M(A)c^2$, y una energía cinética $E_c = (M(A) - M(B) - M(C))c^2$. Sea \vec{P} es el momento de B, que es igual y de signo contrario al de C, en el sistema centro de momentos. Nótese que si se especifica el valor de \vec{P} , se determina el estado tanto de B como de C.

Supongamos que B y C se confinan a un volumen $V = L^3$ (L se tomará posteriormente como 1 fm). B y C se toman como partículas libres, descritas por ondas planas

$$\Psi(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp\left(i\frac{p_x x}{\hbar}\right) \exp\left(i\frac{p_y y}{\hbar}\right) \exp\left(i\frac{p_z z}{\hbar}\right) \quad (2.4)$$

Si se imponen condiciones de contorno periódicas, $\Psi(x, y, z) = \Psi(x + L, y + L, z + L)$. Los valores de las componentes p_x , p_y y p_z están cuantizadas de forma que $p_x = n_x 2\pi\hbar/L$. Los estados que cumplen que el módulo de su momento es inferior a P vienen dados por los posibles valores enteros de n_x , n_y y n_z tales que:

$$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 \leq \left(\frac{PL}{\hbar 2\pi}\right)^2 \quad (2.5)$$

Cada uno de estos estados ocupa un volumen unidad en la representación cartesiana (n_x, n_y, n_z) . La condición anterior corresponde a los puntos contenidos dentro de una esfera de radio $\frac{PL}{\hbar 2\pi}$. El número de estos estados viene determinado a partir del volumen de la esfera, como:

$$N(P) = \frac{4\pi(Pc)^3 L^3}{3(2\pi\hbar c)^3} \quad (2.6)$$

En general, Pc es una función de E . Si se deriva $N(P)$, se obtiene la densidad de estados

$$\rho^{(2)}(E; BC) = \frac{dN(P)}{dE} = \frac{4\pi V(Pc)^2}{(2\pi\hbar c)^3} \frac{dPc}{dE} \quad (2.7)$$

La expresión concreta de la densidad de estados depende de la relación entre Pc y E . En el caso general de que B y C sean partículas relativistas, la conservación del cuadrivector energía-momento lleva a:

$$E = M(A)c^2 = \sqrt{(M(B)c^2)^2 + (Pc)^2} + \sqrt{(M(C)c^2)^2 + (Pc)^2} \quad (2.8)$$

Finalmente, se obtiene la expresión:

$$\rho^{(2)}(E; BC) = \frac{4\pi V}{(2\pi\hbar c)^3} \frac{Pc E(B) E(C)}{E}, \quad (2.9)$$

donde

$$E(B) = \sqrt{(M(B)c^2)^2 + (Pc)^2} \quad ; \quad E(C) = \sqrt{(M(C)c^2)^2 + (Pc)^2} \quad (2.10)$$

Decaimiento en dos partículas no relativistas

Supongamos que la energía cinética $E_c = M(A)c^2 - M(B)c^2 - M(C)c^2$ es considerablemente menor que las energías en reposo de B y C, $E_c \ll M(C)c^2$, $E_c \ll M(B)c^2$ con lo que ambas se moverán de forma no relativista. Entonces $E_c = (Pc)^2/(2\mu c^2)$, donde μ es la masa reducida de B y C, y

$$\rho^{(2)}(E; BC) = \frac{4\pi V}{(2\pi\hbar c)^3} (E_c)^{1/2} (\mu c^2)^{3/2} \sqrt{2} \quad (2.11)$$

Decaimiento en una partícula ultrarelativista y una partícula no relativista

Consideremos que E_c y $M(C)c^2 \ll E_c \ll M(B)c^2$. Este es el caso cuando un núcleo emite un fotón. En ese caso, la partícula C se lleva prácticamente toda la energía cinética, y se cumple (límite ultrarelativista) $E_c = M(A)c^2 - M(B)c^2 = Pc$ y

$$\rho^{(2)}(E; BC) = \frac{4\pi V}{(2\pi\hbar c)^3} (E_c)^2. \quad (2.12)$$

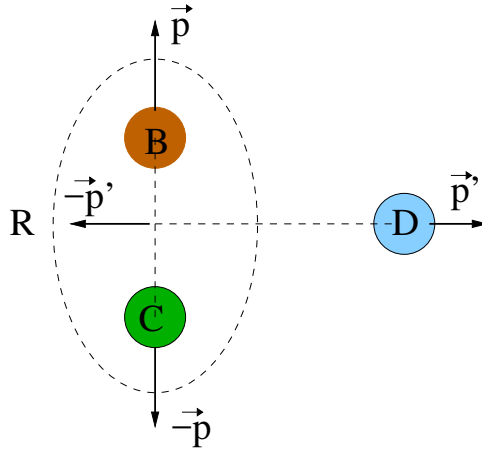


Figura 2.1: Representación de los momentos relevantes para describir un sistema de tres cuerpos

2.1.2. Densidad de estados: decaimiento en tres partículas.

Caso general

Consideremos un sistema A que decae en tres partículas B , C y D . Vamos a considerar este sistema como $(BC) + D$, tal como se indica en la figura 2.1

Consideremos primeramente el sistema (BC) . En el sistema centro de masas de (BC) , el momento de B es igual y de signo opuesto al de C :

$$\vec{p}(B) = -\vec{p}(C) \quad |\vec{p}(B)| = |\vec{p}(C)| = P \quad (2.13)$$

La energía del sistema BC , en su sistema centro de masas, viene dada por

$$E_0(BC) = \sqrt{(M(B)c^2)^2 + (Pc)^2} + \sqrt{(M(C)c^2)^2 + (Pc)^2} \quad (2.14)$$

Ahora, en el sistema en el que A esta en reposo, el sistema (BC) tiene el mismo momento que D :

$$\vec{p}(BC) = -\vec{p}(D) \quad |\vec{p}(BC)| = |\vec{p}(D)| = P' \quad (2.15)$$

La energía total, por tanto, es

$$E = M(A)c^2 = \sqrt{(E_0(BC))^2 + (P'c)^2} + \sqrt{(M(D)c^2)^2 + (P'c)^2} \quad (2.16)$$

A efectos de evaluar la densidad de estados podemos considerar todas las formas en las que la energía total se puede distribuir entre la energía en reposo del subsistema (BC) y el resto:

$$\rho^{(3)}(E; BCD) = \int dE_0(BC) \rho^{(2)}(E; E_0 D) \rho^{(2)}(E_0; BC) \quad (2.17)$$

Sustituyendo las expresiones de dos cuerpos

$$\rho^{(3)}(E; BCD) = \frac{(4\pi V)^2}{(2\pi\hbar c)^6} \int dE_0(BC) \frac{PcE(B)E(C)}{E_0(BC)} \frac{P'cE(BC)E(D)}{E}, \quad (2.18)$$

donde

$$E(BC) = \sqrt{(E_0(BC))^2 + (P'c)^2} \quad E(D) = \sqrt{(M(D)c^2)^2 + (P'c)^2} \quad (2.19)$$

Decaimiento en dos partículas relativistas y una partícula no relativista

Consideramos el proceso en el que un núcleo atómico, o cualquier otra partícula pesada A, emite dos partículas de masa pequeña C y D, dejando una partícula pesada residual B, de masa parecida a la inicial. En ese caso, el núcleo residual se lleva una parte muy pequeña de la energía cinética disponible. La energía se distribuye entre los fragmentos ligeros, y el núcleo residual se lleva el momento necesario para compensar el de las otras dos partículas. En este caso, la energía que se reparte entre las partículas ligeras es $E_\ell = M(A)c^2 - M(B)c^2 = E(D) + E(C)$. Como se cumple $E_0(BC) \simeq M(B)c^2 + E(C)$, la integral puede hacerse en la variable $E(C)$, que toma valores entre $M(C)c^2$ y $E_\ell - M(D)c^2$, y la expresión resulta

$$\rho^{(3)}(E; BCD) = \frac{(4\pi V)^2}{(2\pi\hbar c)^6} \int dE(C) PcE(C) P'cE(D), \quad (2.20)$$

donde hemos utilizado $E(B) \simeq E_0(BC) \simeq E(BC) \simeq E$. La expresión de la densidad de estados depende solamente de la energía de las partículas ligeras E_ℓ , que determina la energía total ya que $E = M(A)c^2 = M(B)c^2 + E_\ell$

El momento P de la partícula C está relacionado con su energía por

$$E(C)^2 = (M(C)c^2)^2 + (Pc)^2 \quad (2.21)$$

El momento P' de la partícula D está relacionado con su energía por

$$E(D)^2 = (M(D)c^2)^2 + (P'c)^2 \quad (2.22)$$

En el limite en que E_ℓ sea muy superior a $M(C)c^2$ y $M(D)c^2$, pueden utilizarse las expresiones ultrarelativistas para P y P' y se tiene:

$$\rho^{(3)}(E; BCD) = \frac{(4V)^2 E_\ell^5}{30(2\pi\hbar c)^6} \quad (2.23)$$

2.2. Estimación de las probabilidades de emisión

Interacción fuerte

Consideremos la emisión de un nucleón por un núcleo

$$(N, Z)^* \rightarrow (N - 1, Z) + n. \quad (2.24)$$

Supongamos que el núcleo inicial tiene la energía suficiente para que el nucleón salga con 10 MeV. Entonces, utilizando la expresión no relativista, se tiene $\rho(E) = 0.84 \cdot 10^{-3} \text{ MeV}^{-1}$. Utilizando la estimación de la interacción fuerte, se tiene $W_{i,f} \simeq 8 \cdot 10^{22} \text{ s}^{-1}$, $\Gamma \simeq 50 \text{ MeV}$, $\tau \simeq 0.12 \cdot 10^{-22} \text{ s}$. Vemos, por tanto, que los sistemas que decaen por la interacción fuerte tienen vidas muy cortas.

Interacción electromagnética

Consideremos la emisión de un fotón por un núcleo, considerando también el caso en que la energía cinética disponible es de 10 MeV.

$$(N, Z)^* \rightarrow (N, Z) + \gamma. \quad (2.25)$$

En ese caso, usando la expresión de la emisión de una partícula ultrarrelativista, se tiene $\rho(E) = 0.66 \cdot 10^{-6} \text{ MeV}^{-1}$. Usando la estimación de la interacción electromagnética, se tiene $W_{i,f} \simeq 6 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$, $\Gamma \simeq 4 \cdot 10^{-6} \text{ MeV}$, $\tau \simeq 1.6 \cdot 10^{-16} \text{ s}$. Los sistemas que decaen por interacción electromagnética tienen vidas más largas que los que decaen por interacción fuerte, debido a que la interacción es más débil, pero también a que la densidad de estados suele ser menor, al producirse partículas relativistas (fotones).

Interacción débil

Consideremos la emisión de un electrón y un neutrino por un núcleo, considerando también el caso en que la energía cinética disponible es de 10 MeV.

$$(N, Z) \rightarrow (N - 1, Z + 1) + e^- + \bar{\nu}_e \quad (2.26)$$

En ese caso, usando la expresión de la emisión de dos partículas relativistas y una no relativista, en el límite ultrarrelativista, se tiene $\rho(E) = 1.46 \cdot 10^{-13} \text{ MeV}^{-1}$. Usando la estimación de la interacción débil, se tiene $W_{i,f} \simeq 14 \text{ s}^{-1}$, $\Gamma \simeq 9 \cdot 10^{-21} \text{ MeV}$, $\tau \simeq 0.07 \text{ s}$. Los sistemas que decaen por interacción electromagnética tienen vidas muy largas, debido a que la interacción es muy débil, pero también a que la densidad de estados es mucho menor, al emitirse dos partículas ligeras.

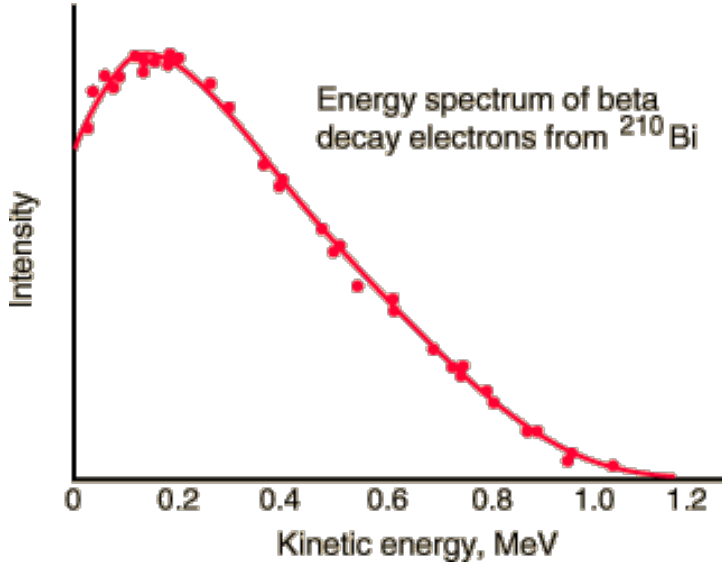


Figura 2.2: Distribución en energía de los electrones producidos en el decaimiento beta para el núcleo ^{210}Bi .

2.3. Teoría de Fermi de la interacción débil

El decaimiento beta consiste en que un núcleo rico en neutrones puede convertirse en un isóbaro más estable si uno de sus neutrones se convierte en un protón. En este proceso, se produce un electrón, que se lleva parte de la energía que se libera en el proceso. El resto de la energía debe llevárselo otra partícula que no se detecta, que corresponde al antineutrino. Por otro lado, el electrón que se emite no tiene una energía determinada, sino que aparece con una distribución característica de energías, según se muestra en la figura 2.2.

La teoría de Fermi se introdujo para explicar el espectro de emisión de electrones en el decaimiento beta. La teoría parte de la regla de oro de Fermi. Para evaluar el elemento de matriz $\langle i | H_w | f \rangle$, se considera que el estado inicial, que corresponde a un núcleo compuesto por Z protones y N neutrones, viene descrito por un estado

$$|Z, N; \Psi_i\rangle = \sum_{m_p} \int d\xi d\vec{r}_n \Psi_i(\xi, \vec{r}_n, m_n) |Z, N - 1; \xi\rangle |n; \vec{r}_n; m_n\rangle. \quad (2.27)$$

El estado final corresponde a un núcleo compuesto por $Z + 1$ protones y $N - 1$ neutrones,

un electrón y un antineutrino.

$$\begin{aligned}
 |Z+1, N-1, e, \bar{\nu}; \Psi_f\rangle &= \sum_{m_p} \int d\xi d\vec{r}_p \Psi_f(\xi, \vec{r}_p, m_p) |Z, N-1; \xi\rangle |p; \vec{r}_p; m_p\rangle \\
 &\int d\vec{r}_e \frac{\exp(i\vec{k}_e \vec{r}_e)}{\sqrt{V}} |e; \vec{r}_e; m_e\rangle \int d\vec{r}_\nu \frac{\exp(i\vec{k}_\nu \vec{r}_\nu)}{\sqrt{V}} |\bar{\nu}; \vec{r}_\nu; m_\nu\rangle \quad (2.28)
 \end{aligned}$$

La conservación de la energía hace que la energía en reposo del nucleo inicial sea igual a la energía en reposo del núcleo final mas las energías del neutrino y del electrón. Así, el defecto de masa $\Delta(i, f) = M_i c^2 - M_f c^2 = E_e + E_\nu$.

El electrón y el neutrino vienen descritos por ondas planas, normalizadas en el volumen Ω . Ahora se evalúa el elemento de matriz de la interacción débil. Debido a la función δ , las contribuciones a la integral provienen de aquellos estados en los que $\vec{r}_n = \vec{r}_p = \vec{r}_e = \vec{r}_\nu = \vec{r}$. Por otro lado, teniendo en cuenta la acción del operador τ^- , se tiene $m_p = m_n = m$.

$$\langle i | H_w | f \rangle = G_F \int d\xi d\vec{r}_n \sum_m \Psi_i(\xi, \vec{r}, m)^* \Psi_f(\xi, \vec{r}, m) \frac{\exp(i\vec{k} \cdot \vec{r})}{V} \quad (2.29)$$

donde $\vec{k} = \vec{k}_e + \vec{k}_\nu$. Nótese que k está acotada: $\hbar k \leq E_e/c + E_\nu/c = \Delta(i, f)/c$. Para defectos de masa del orden del MeV, $k \leq 0.05 \text{ fm}^{-1}$, y como r es del orden del fermi, $kr \ll 1$. Puede expresarse $\langle i | H_w | f \rangle = G_F M_{i,f}/V$, donde

$$M_{i,f} = \int d\xi d\vec{r} \sum_m \Psi_i(\xi, \vec{r}, m)^* \Psi_f(\xi, \vec{r}, m) \quad (2.30)$$

depende solo de la estructura de los núcleos, y toma, como máximo, el valor 1.

Utilizando la expresión de la densidad de estados, se tiene, para la probabilidad total de emisión beta,

$$\begin{aligned}
 W_{i,f} &= \frac{2\pi}{\hbar} \frac{(4\pi G_F)^2}{(2\pi\hbar c)^6} |M_{i,f}|^2 \\
 &\times \int_{m_e c^2}^{\Delta(i,f)} dE_e \sqrt{E_e^2 - (m_e c^2)^2} E_e (E_T - E_e)^2. \quad (2.31)
 \end{aligned}$$

Si queremos obtener la probabilidad de emisión de un electrón con energía entre E_e y $E_e + dE_e$, tenemos

$$\begin{aligned}
 dW_{i,f}/dE_e &= \frac{2\pi}{\hbar} \frac{(4\pi G_F)^2}{(2\pi\hbar c)^6} |M_{i,f}|^2 \\
 &\times \sqrt{E_e^2 - (m_e c^2)^2} E_e (E_T - E_e)^2. \quad (2.32)
 \end{aligned}$$

que da la forma del espectro beta. Esta forma, no obstante, se ve modificada debido a la carga eléctrica del núcleo final, que interacciona con el electrón.

Las razones fundamentales del éxito de la teoría de Fermi a la hora de explicar el espectro de emisión de electrones son dos: Primero, suponer que, junto al electrón, se emite otra partícula de masa muy pequeña que no se detecta. Segundo, suponer que la interacción es de muy corto alcance, con lo cual el elemento de matriz del hamiltoniano no depende, para energías pequeñas, del momento del electrón ni del neutrino, y por tanto la forma de la probabilidad de emisión depende exclusivamente de la densidad de estados.

2.4. Secciones eficaces

Consideremos una partícula A (por ejemplo, un electrón), que colisiona con una partícula B (por ejemplo, un protón), produciendo dos partículas C y D , que pueden ser iguales a las anteriores (protón y electrón), moviéndose en una dirección diferente, o bien dos partículas diferentes (neutrón y neutrino). Este proceso podemos caracterizarlo como una transición de un estado inicial $|i\rangle$ a un estado final $|f\rangle$,

$$|i\rangle = |A, B; \vec{k}_i\rangle, \quad |f\rangle = |C, D; \vec{k}_f\rangle, \quad (2.33)$$

caracterizados por sus momentos relativos \vec{k}_i, \vec{k}_f , en el sistema centro de momentos. La velocidad relativa de A con respecto a B viene dada por $v_i = \hbar k_i \frac{Ec^2}{E_A E_B}$, donde E_A, E_B son las energías de A y B en el sistema centro de momentos, y $E = E_A + E_B$ es la energía total. Las funciones de onda que describen el estado inicial y final, ignorando las interacciones, son

$$\phi_i(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{r}}, \quad \phi_f(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k}_f \cdot \vec{r}} \quad (2.34)$$

donde V es un volumen de integración.

La probabilidad de transición del estado inicial al estado final viene dado por la regla de oro de Fermi:

$$W_{if} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle i|H'|f\rangle|^2 \rho_f(E) \quad (2.35)$$

La densidad de estados finales, si consideramos que las partículas C y D pueden salir en cualquier dirección, viene dada por la expresión obtenida previamente:

$$\rho_f(E) = 4\pi \frac{V}{(2\pi\hbar c)^3} \frac{E_C E_D (cp_f)}{E}, \quad (2.36)$$

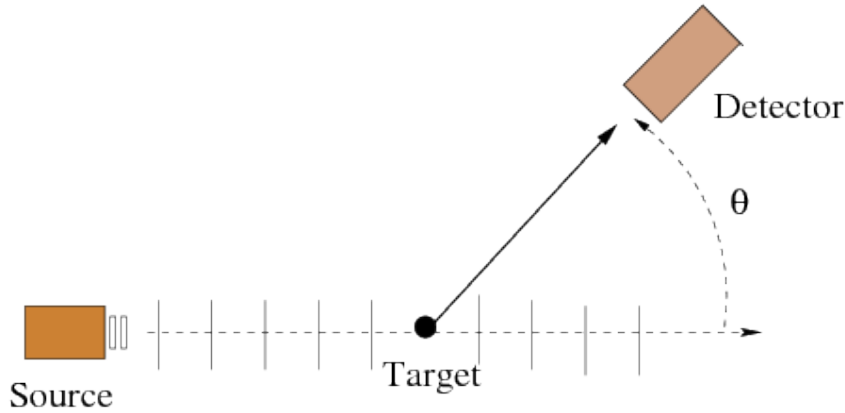


Figura 2.3: Esquema de un experimento de dispersión. Las partículas incidentes provienen de la fuente (source), que determina el momento incidente \vec{k}_i . Las partículas del blanco (target), y las partículas salientes, que se detectan en un detector, determinan el momento saliente \vec{k}_f . El ángulo de dispersión θ es el que forman las direcciones \vec{k}_i y \vec{k}_f .

donde E_C, E_D son las energías de las partículas finales en el sistema centro de momentos, y $E = E_C + E_D$ es la energía total. Sin embargo, el elemento de matriz del hamiltoniano depende, en general, del valor del momento \vec{k}_f . Por tanto, consideraremos solo los estados finales en los que las partículas que salen en un cono estrecho de ángulo sólido $d\Omega$ en torno a la dirección \vec{k}_f , de forma que los elementos de matriz del hamiltoniano son iguales, dentro del cono. La densidad de estados correspondiente se obtiene multiplicando $\rho_f(E)$ por la fracción de ángulo sólido, que es $d\Omega/4\pi$:

$$\rho_f(E, \vec{k}_f, d\Omega) = d\Omega \frac{V}{(2\pi\hbar c)^3} \frac{E_C E_D (\hbar c k_f)}{E}. \quad (2.37)$$

No podemos hacer un experimento en el que fijemos las partículas A y B dentro de un volumen V . Sin embargo, sí podemos hacer colisionar un haz de partículas de A , caracterizados por un flujo Φ_A , con un cierto número de partículas de B , $N(B)$, tal como se indica en la figura 2.3. Si a cada partícula de B la rodeamos por un volumen V , dentro del cual actúa la interacción H' , la probabilidad de que una partícula de A esté dentro del volumen V viene dada por $P(A) = \Phi_A V / v_i$, donde v_i es la velocidad relativa de A y B . En este caso, el número de partículas C producidas por unidad de tiempo, $I(C)$, dentro de un cono de ángulo sólido $d\Omega$ en torno a la dirección \vec{k}_f es

$$I(C) = N(B)P(A)W_{IF} = N(B) \frac{\Phi_A V}{v_i} \frac{2\pi}{\hbar} |\langle I | H' | F \rangle|^2 d\Omega \frac{V}{(2\pi\hbar c)^3} \frac{E_C E_D (\hbar c k_f)}{E} \quad (2.38)$$

El valor de $I(C)$ puede obtenerse experimentalmente. Sin embargo, depende de las condiciones experimentales, tales como $N(B)$ y Φ_A . Se define la sección eficaz diferencial:

$$\frac{d\sigma_{if}}{d\Omega} = \frac{I(C)}{\Phi_A N(B) d\Omega}$$

Esta magnitud, independiente de las condiciones experimentales, nos dice cómo de probable es una colisión determinada. Sus dimensiones son de una superficie. El nombre “sección eficaz”, evoca la idea de que cada partícula B tendría un cierto área efectiva a su alrededor, tal que si una partícula A lo atravesara, se producirían partículas C y D , en torno a la dirección \vec{k}_f .

Teniendo en cuenta la expresión anterior, obtenemos que la sección eficaz viene dada por

$$\frac{d\sigma_{if}}{d\Omega} = \frac{k_f}{k_i} \frac{V^2 |\langle I | H' | F \rangle|^2}{(2\pi)^2 (\hbar c)^4} \frac{E_A E_B E_C E_D}{E^2} \quad (2.39)$$

Interacción fuerte

Esta expresión puede utilizarse para estimar las secciones eficaces características de las distintas interacciones. Consideremos un neutrón, con energía de 100 MeV, que colisiona con un protón en reposo, y se dispersan elásticamente. En el sistema centro de momentos, la energía inicial y final de protón y neutrón es de 963 MeV, y sus momentos inicial y final son iguales. La interacción responsable del decaimiento es la interacción fuerte, cuyo orden de magnitud es de 100 MeV. El volumen de integración, consistente con la estimación anterior de la interacción, es $V = 1 fm^3$. El resultado para la sección eficaz diferencial es de $0.0387 fm^2/sr$, con unidades de Fermi cuadrado por estereoradián (sr). La sección eficaz total correspondería a integrar esta cantidad para todos los ángulos sólidos. Suponiendo que esta magnitud sea aproximadamente independiente del ángulo de dispersión, la sección eficaz total sería 4π por la sección eficaz diferencial, lo cual da $0.48 fm^2$.

Interacción electromagnética

Para la interacción electromagnética consideraremos una colisión electrón-protón a 100 MeV. El sistema centro de masas difiere poco del sistema laboratorio, por lo que, con buena aproximación, la energía del electrón, antes y después de la colisión es de 100 MeV, mientras que la energía del protón es 938 MeV. La interacción relevante es la electromagnética, cuya estimación es de 1 MeV, para un volumen de integración de $1 fm^3$.

El valor de la sección eficaz diferencial resulta $0.137 \cdot 10^{-6} fm^2/sr$. Esta estimación es válida cuando el electrón cambia sustancialmente su momento, de forma que $\vec{k}_i - \vec{k}_f \simeq 1 fm^{-1}$. No es válida para dispersión a ángulos pequeños, para los que el largo alcance de la interacción resulta muy relevante, y las secciones eficaces diferenciales son mucho más grandes.

Interacción débil

Para la interacción débil consideraremos un proceso neutrino- neutrón para dar electrón y protón, producida por un neutrino de 100 MeV. La energía del neutrino, tanto en laboratorio como en centro de masas, es de 100 MeV, aproximadamente. La energía del electrón saliente es también de unos 100 MeV, ya que la diferencia de masa entre electrón y neutrino por un lado, y neutrón y protón por otro, es despreciable. La energía de neutrón y protón es de 938 MeV. La interacción relevante es la débil, cuya estimación es de $10^{-4} MeV$ para el volumen de integración de $1 fm^3$. Así, todos los factores energéticos son idénticos al caso anterior, salvo el elemento de matriz de la interacción. El resultado de la sección eficaz diferencial es de $0.137 \cdot 10^{-14} fm^2/sr$, ocho órdenes de magnitud menos que en el caso anterior. La sección eficaz total, integrando para todos los ángulos, es equivalente a multiplicar por 4π , y resulta $1.7 \cdot 10^{-14} fm^2$. Esta sección eficaz tan pequeña hace que los neutrinos sean muy difíciles de detectar, aunque pueden medirse, con un detector muy grande, y esperando mucho tiempo.

2.4.1. Interacción de Yukawa

Vamos a considerar un caso de interacción analítica, que permite evaluar la sección eficaz, y su dependencia con la energía y el ángulo de dispersión. Además, nos permite tratar, como casos límite, la interacción fuerte, electromagnética y débil:

$$H' = \tau \frac{\hbar c}{4\pi r} e^{-\beta r} \quad (2.40)$$

Aquí, τ es un operador que conecta las partículas iniciales con las finales. No tiene dimensiones, y el valor de sus elementos de matriz determina la intensidad de la interacción. Para la interacción fuerte, los elementos de matriz de τ , por ejemplo $\langle pn | \tau | pn \rangle$ son del orden de la unidad. Para que la interacción de Yukawa produzca un estado ligado, correspondiente al deuterón, debe cumplirse

$$\langle pn | \tau | pn \rangle > 2.7 \frac{\hbar^2}{2\mu_{np}} \frac{4\pi\beta^2}{\hbar c} = 7.2 \quad (2.41)$$

Para la interacción electromagnética, actuando sobre dos partículas de carga unidad, como electrón y protón,

$$\langle pe|\tau|pe\rangle = \frac{e^2}{\epsilon_0\hbar c} = \frac{4\pi}{137} = 0.092. \quad (2.42)$$

Para la interacción débil los elementos de matriz (curiosamente) son similares a los de la interacción electromagnética.

$$\langle pe|\tau|n\nu\rangle = \frac{G_F\beta^2}{\hbar c} = 0.075 \quad (2.43)$$

El parámetro β determina el rango de la interacción. Dentro de una teoría cuántica de campos, β está relacionado con la masa m de la partícula que se intercambia en la interacción, a través de la expresión $\beta = mc/\hbar$. Para la interacción electromagnética, $\beta = 0$, ya que la masa del fotón es cero, y la interacción tiene un rango infinito. Para la interacción fuerte, $\beta \simeq 1fm^{-1}$, lo que sugiere que debe existir una partícula de masa $mc^2 \simeq 200$ MeV, que se intercambia en la interacción. Para la interacción débil, el rango de la interacción es muy corto, $\beta \simeq 400fm^{-1}$, lo que sugiere una partícula muy pesada, de masa $mc^2 \simeq 80$ GeV, que se intercambiaría en la interacción.

El elemento de matriz de H' puede evaluarse analíticamente, en función del momento transferido $\vec{q} = \vec{k}_f - \vec{k}_i$:

$$\begin{aligned} \langle i|H'|f\rangle &= \langle AB|\tau|CD\rangle \frac{\hbar c}{V} \int d^3\vec{r} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \frac{e^{-\beta r}}{4\pi r} \\ &= \langle AB|\tau|CD\rangle \frac{\hbar c}{V} \frac{1}{\beta^2 + q^2} \end{aligned} \quad (2.44)$$

Esta expresión puede introducirse en la sección eficaz, para dar:

$$\frac{d\sigma_{if}}{d\Omega} = \frac{k_f}{k_i} \frac{|\langle AB|\tau|CD\rangle|^2}{(2\pi\hbar c)^2} \frac{E_A E_B E_C E_D}{E^2} \frac{1}{(\beta^2 + q^2)^2} \quad (2.45)$$

Nótese que esta expresión es independiente del volumen de integración, como debe ser ¹.

¹El acoplamiento producido por el operador τ se describe, en el marco de una teoría cuántica de campos, como la creación, por parte de la partícula A , de la partícula C junto con una partícula virtual M , de masa m , seguida por la absorción de la partícula virtual M por la partícula B , para producir la partícula D . Así,

$$\langle AB|\tau|CD\rangle = g(A; CM)g(BM; D). \quad (2.46)$$

Además, la sección eficaz depende de la masa de la partícula intercambiada a través de la expresión $(\beta^2 + q^2)^{-2}$. Esto está intimamente relacionado con el concepto de propagador de partícula virtual, que se verá más adelante.

Para la interacción electromagnética, $\beta = 0$, con lo que la sección eficaz diferencial es proporcional a q^{-4} . Si, como en la dispersión elástica, $k_i = k_f$, entonces $q = 2k_i \sin(\theta/2)$, con lo que la sección eficaz depende fuertemente del ángulo de dispersión, como $\sin^{-4}(\theta/2)$. Para la interacción fuerte, cuando el momento transferido $q \ll 1 fm^{-1}$, la sección eficaz se hace independiente del ángulo. Para la interacción débil, β es tan grande que, salvo a energías de la colisión de decenas de GeV, la sección eficaz es independiente del ángulo. Para energías inferiores, la sección eficaz puede ponerse en función de la constante de Fermi

$$\frac{d\sigma_{if}}{d\Omega} = \frac{k_f}{k_i} \frac{G_F^2}{(2\pi)^2 (\hbar c)^4} \frac{E_A E_B E_C E_D}{E^2} \quad (2.47)$$

Problemas

1. Demostrar que la densidad de estados correspondientes a una única partícula relativista de masa m con una energía total E en un volumen Ω viene dada por

$$\rho^{(1)}(E) = \frac{4\pi\Omega}{(2\pi\hbar c)^3} E(E^2 - m^2 c^4)^{1/2}$$

Obtener como casos límite la expresión ultrarrelativista $E \gg mc^2$ y la no relativista $E_c = E - mc^2 \ll mc^2$.

2. Demostrar la expresión de la densidad de estados para la emisión de dos partículas relativistas a partir del decaimiento de una partícula de masa $M(A)$ en otras dos de masas $M(B)$ y $M(C)$
3. Obtener la expresión de la densidad de estados para la emisión de tres partículas B, C, D en el límite no relativista

$$E_c = E - M(B)c^2 - M(C)c^2 - M(D)c^2 \ll M(B)c^2, M(C)c^2, M(D)c^2$$

4. Obtener la expresión de la densidad de estados para la emisión de tres partículas B, C, D en el límite ultrarelativista

$$E_c = E - M(B)c^2 - M(C)c^2 - M(D)c^2 \gg M(B)c^2, M(C)c^2, M(D)c^2$$

5. Obtener la densidad de estados correspondiente al decaimiento del K^+ en a) $\pi^+ + \pi^0$, b) $\mu^+ + \nu$.

Teniendo en cuenta que la vida media del K^+ es $1.2386 \cdot 10^{-8} s$, y que el proceso a) ocurre en el 21.16 %, y el b) en el 63.51 % de los casos, obtener las probabilidades de decaimiento de los dos procesos por unidad de tiempo.

Obtener, a partir de la regla de oro de Fermi, los elementos de matriz de la interacción que generan estos decaimientos. Inferir qué interacción (fuerte, electromagnética o débil) es responsable del decaimiento.

6. Obtener la densidad de estados y el elemento de matriz del hamiltoniano correspondiente al decaimiento $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$. Nota: Buscar las vidas medias y las masas relevantes en pdg.lbl.gov. Inferir qué interacción (fuerte, electromagnética o débil) es responsable del decaimiento.

7. Obtener la densidad de estados y el elemento de matriz del hamiltoniano correspondiente al decaimiento $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$. Nota: Buscar las vidas medias y las masas relevantes en pdg.lbl.gov. Inferir qué interacción (fuerte, electromagnética o débil) es responsable del decaimiento.
8. Estimar la sección eficaz que corresponde a la colisión $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + p$ para una energía cinética del pion de 500 MeV, sabiendo que la interacción relevante es la fuerte. Nota: Buscar las masas relevantes en pdg.lbl.gov. Para evaluar la densidad de estados, utilizad la energía disponible en el sistema Centro de Momentos.
9. Estimar la sección eficaz que corresponde a la colisión $\mu^- + p \rightarrow \mu^- + p$ para una energía cinética del muon de 500 MeV, sabiendo que la interacción relevante es la electromagnética. Nota: Buscar las masas relevantes en pdg.lbl.gov. Para evaluar la densidad de estados, utilizad la energía disponible en el sistema Centro de Momentos.
10. Considera las resonancias Δ^{++} . Es una partícula inestable que decae en $p + \pi^+$. Su masa es de 1242 MeV y su anchura es de 153 MeV.
 - (a) Calcular la vida media de esta partícula.
 - (b) Calcular el momento y la energía del protón y el pion salientes.
 - (c) Calcular la densidad de estados finales para este decaimiento.
 - (d) Obtener el elemento de matriz del hamiltoniano que produce el decaimiento.
 - (e) Explicar qué tipo de interacción (fuerte, electromagnética o débil) produce el decaimiento.

Capítulo 3

Propiedades de las partículas elementales

3.1. Introducción

Una descripción plenamente consistente con la relatividad de las interacciones, en el marco de la teoría cuántica de campos, implica que cada interacción lleva asociada el intercambio de una partícula, que debe ser un bosón. En el caso de la interacción electromagnética, la partícula intercambiada es el fotón. En general, el alcance de la interacción está asociada con la masa de la partícula intercambiada.

Puede demostrarse que, si una interacción entre partículas de masa M , está generada por el intercambio de una partícula de masa $m \ll M$, la interacción puede describirse en el límite no relativista como un potencial de la forma $V(r) = V_0 \frac{\exp(-r/\lambda)}{r/\lambda}$, donde $\lambda = \frac{\hbar}{mc}$. Esta expresión, que se demuestra estrictamente en Teoría Cuántica de Campos, puede interpretarse de la forma siguiente. Para crear una partícula de masa m , se necesita una energía $\Delta E = mc^2$. De acuerdo con el principio de indeterminación entre energía y tiempo, esta energía puede crearse durante un tiempo suficientemente corto, $\Delta t = \hbar/\Delta E$, y durante este tiempo, la partícula puede viajar una distancia dada por $\lambda = \Delta t c = (\hbar c)/(mc^2)$, que es el alcance de la interacción.

Como la interacción fuerte tiene un alcance $\lambda \simeq 1$ fm, debe llevar asociada una partícula de masa $mc^2 = \hbar c/\lambda \simeq 200$ MeV. Este argumento, planteado por Yukawa, llevó a la búsqueda de partículas de masa intermedia entre el protón y el electrón. Esta búsqueda se llevó a cabo primeramente analizando los rayos cósmicos, ya que en aquellas fechas (1940-1950) no se habían desarrollado aceleradores de partículas con energía suficiente. El estudio de los rayos cósmicos se realizaba en las cámaras de niebla, en las que las

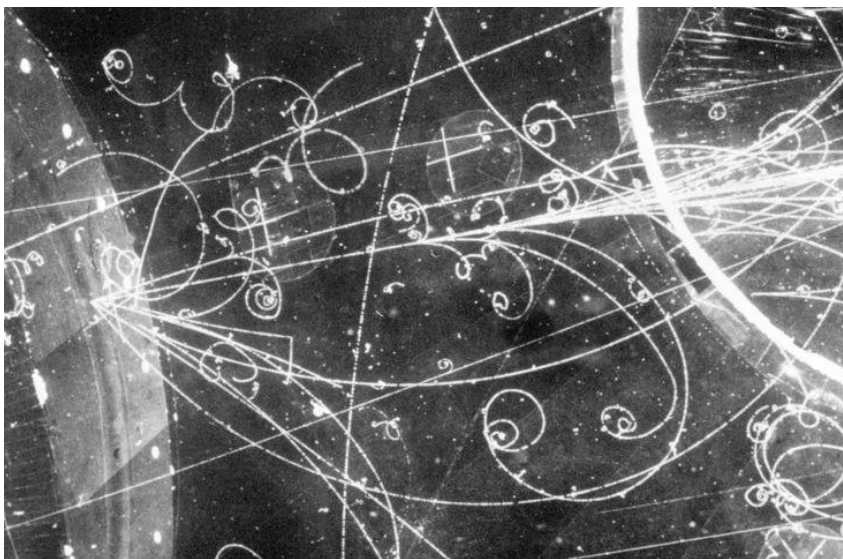


Figura 3.1: Imagen de una cámara de niebla. Se ven las trayectorias de diferentes partículas, que se curvan debido a campos eléctricos y magnéticos. Conforme pierden energía, las trayectorias dan lugar a espirales. El análisis detallado de la trayectoria permite obtener la energía y el momento de la partícula, y a partir de ellas, su masa. Los vértices en los que aparecen nuevas trayectorias pueden asociarse a las interacciones.

partículas que componen los rayos cósmicos atraviesan un volumen con vapor de agua sobresaturado. La imagen de la cámara de niebla se muestra en la figura 3.1. Las partículas con carga eléctrica producían una cierta ionización del aire, lo cual provocaba la condensación del vapor de agua a lo largo de la trayectoria. Situando la cámara de niebla en campos eléctricos y magnéticos, y estudiando la curvatura de las trayectorias, podía conocerse la carga eléctrica, la energía y la masa de las partículas. Por otro lado, muchas de las partículas así detectadas eran inestables, y se descomponen en otras partículas. Estudiando la longitud de las trazas que dejaban las partículas en la cámara de niebla, podía deducirse su vida media.

La primera partícula que se detectó de esta forma fue el muon μ , cuya masa (105.6 MeV) podía ser compatible con la de la partícula predicha por Yukawa. No obstante, se encontró que la forma en la que interactuaba con las partículas de la cámara de niebla indicaba que las secciones eficaces no eran consistentes con la interacción fuerte. Esto es incompatible con que fuera la partícula de Yukawa. El muon μ tiene carga eléctrica negativa, (su antipartícula μ^+ tiene carga positiva), y se comportaba a todos los efectos

como un electrón de masa más grande. Por otro lado, el muon es inestable, y se descompone en un tiempo de $2.2 \cdot 10^{-6}$ s en un electrón y dos partículas indetectables (neutrinos). El tiempo de vida del muon sugería que su decaimiento se produce por la interacción débil.

Posteriormente, se descubrió el pion, que aparecía con carga eléctrica positiva π^+ , negativa π^- o neutra π^0 . La masa del pion es de 139.6 MeV para π^+ y π^- , y de 135.0 MeV para π^0 . El pion sí interactuaba fuertemente con protones y neutrones, por lo que correspondía a la partícula de Yukawa. La vida de π^+ y π^- es de $2.6 \cdot 10^{-8}$ s, descomponiéndose principalmente en un muon (o anti-muon) y un neutrino, mediante la interacción débil. El π^0 se descompone en dos fotones en un tiempo de $8.4 \cdot 10^{-17}$ s, por la interacción electromagnética.

Los piones se producen en las colisiones protón-núcleo, o núcleo-núcleo, cuando las colisiones tienen energía suficiente. De la misma forma que pueden producirse fotones cuando colisionan partículas cargadas, también se producen piones en las colisiones que sienten la interacción fuerte. En los núcleos atómicos, hay evidencias de que aparecen los piones como partículas virtuales, asociadas a las fuerzas que unen protones y neutrones en un núcleo.

Más adelante se encontraron los kaones K^+ , K^- , K^0 , \bar{K}^0 , cuya masa es de 493.7 MeV para K^+ , K^- , y de 497.7 para K^0 , \bar{K}^0 . K^+ y K^- se descomponen principalmente en muon y neutrino, o en dos piones, con un tiempo de vida de $1.2 \cdot 10^{-8}$ s, mientras que los kaones neutros decaen en dos o tres piones, con semividas de $0.89 \cdot 10^{-10}$ s y $5.2 \cdot 10^{-8}$ s. Estos decaimientos ocurren por la interacción débil. Nótese que resultaba paradójico que los kaones, que sienten la interacción fuerte, tal como se deduce de sus secciones eficaces, decaen en piones (que también sienten la interacción fuerte) mediante la interacción débil. Por ello, a los kaones se les consideró partículas “extrañas”.

Con masas superiores a la del protón, se encontraron partículas, llamadas hiperones. Entre estas partículas está la Λ , de masa 1115.7 MeV y vida $2.6 \cdot 10^{-10}$ s, que decae principalmente en nucleón (proton o neutrón) y pion, por interacción débil. Esta es también una partícula “extraña”. La Σ^+ , de masa 1189.4 MeV y vida $2.6 \cdot 10^{-10}$ s, que decae principalmente en nucleón y pion, por interacción débil. La Σ^- , de masa 1197.4 MeV y vida $1.5 \cdot 10^{-10}$ s, que decae principalmente en nucleón y pion, por interacción débil. La Σ^0 , de masa 1192.6 MeV y vida $7.4 \cdot 10^{-20}$ s, decae en Λ y fotón por interacción electromagnética. Las “cascadas” Ξ^0 , de masa 1314.9 MeV y vida $2.90 \cdot 10^{-10}$ s y Ξ^- , de masa 1321.3 MeV y vida $1.60 \cdot 10^{-10}$ s, decaen en Λ y pion, por interacción débil.

Estas, junto con el protón, neutrón, electrón y neutrino, y sus antipartículas, eran las partículas conocidas en 1956. Posteriormente, con el advenimiento de los aceleradores, se descubrieron otras muchas partículas, por lo cual se vio la necesidad de clasificarlas.

3.2. Leptones

Se caracterizan porque no sienten la interacción fuerte. El electrón, el muon y el tau tienen carga eléctrica negativa. Los neutrinos tienen carga nula. Todos tienen espín $1/2$, y son, por tanto, fermiones. Para cada partícula existe su antipartícula.

El momento magnético, en unidades de $e\hbar/2m$, es 1 en la teoría de Dirac para una partícula elemental con espín $\frac{1}{2}$ y carga e . La desviación con respecto a 1 del valor experimental se explica, con todas sus cifras significativas, teniendo en cuenta las correcciones radiativas que aparecen en la electrodinámica cuántica. Por tanto, los leptones se consideran partículas elementales.

Los neutrinos no sienten la interacción electromagnética, porque tanto su carga como su momento magnético es cero. Solamente sienten la interacción débil. Los neutrinos tienen una masa mucho más pequeña que la del electrón (ver los límites en la tabla). Por tanto, se mueven a velocidades próximas a la de la luz. En la teoría de Dirac, se describen por espinores de dos componentes, que corresponden a tener una helicidad (proyección del espín en la dirección del movimiento) bien definida. De hecho, los neutrinos que se observan en la naturaleza tienen helicidad negativa ($h = \vec{J} \cdot \hat{p} = -\frac{1}{2}$), mientras que los antineutrinos tienen helicidad positiva. La helicidad es invariante frente a transformaciones de Lorentz solamente para partículas que se mueven a la velocidad de la luz. Si los neutrinos tuvieran masa no nula, se moverían a velocidades inferiores a la de la luz, con lo cual la helicidad dependería del sistema de referencia.

Los neutrinos, si tuvieran masa nula, serían necesariamente estables. Por un lado, no hay una partícula más ligera a la que puedan decaer, y por otro lado, aunque su tiempo propio fuera finito, como se observan desde un sistema con respecto al cual se mueven a la velocidad de la luz, la dilatación del tiempo de Lorentz haría que ese tiempo apareciera como infinito.

El electrón es la partícula más ligera con carga eléctrica. La conservación de la carga eléctrica exige que el electrón sea estable.

El muon decae por interacción débil en $e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$. Se sabe que se emiten dos neutrinos porque el electrón que aparece tiene una distribución de energías consistente con la teoría de Fermi. El proceso $\mu^- \rightarrow e^- + \gamma$ no se observa experimentalmente (su probabilidad (2022) es menor que $4.2 \cdot 10^{-13}$). Si este proceso fuera el más importante, nos llevaría a considerar que el muon es un estado excitado del electrón. Este no es el caso. Por contra, el valor del momento magnético del muon nos lleva a considerar que el muon es una partícula elemental.

El tau, al tener una masa relativamente grande, puede decaer, por interacción débil, en muchas combinaciones de partículas, aunque siempre se produce un ν_τ . Las formas más

probables de decaimiento son: $\tau \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\tau$ (17.39 %), $\tau \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau$ (17.82 %), $\tau \rightarrow \pi^- + \nu_\tau$ (10.8 %), $\tau \rightarrow \pi^- \pi^0 + \nu_\tau$ (25.5 %).

En los procesos de interacción débil, cuando desaparece un electrón, un muon o un tau, aparece el neutrino correspondiente. Por otro lado, tambien ocurren procesos (como el decaimiento beta) en los que se crea un electrón (muon o tau) y el anti-neutrino correspondiente. Ello lleva a introducir unos números cuánticos, los números leptónicos, que se conservan en la interacción débil. Estos son:

- Número leptónico electrónico (L_e): Vale 1 para e^- y ν_e , -1 para e^+ y $\bar{\nu}_e$, y 0 para el resto de partículas.
- Número leptónico muónico (L_μ): Vale 1 para μ^- y ν_μ , -1 para μ^+ y $\bar{\nu}_\mu$, y 0 para el resto de partículas.
- Número leptónico tauónico (L_τ): Vale 1 para τ^- y ν_τ , -1 para τ^+ y $\bar{\nu}_\tau$, y 0 para el resto de partículas.

La interacción electromagnética no afecta a los neutrinos, pero puede aniquilar o producir parejas leptón-antileptón, con lo que conserva los números leptónicos.

La interacción fuerte no actúa sobre los leptones, por lo que conserva trivialmente los números leptónicos.

Hasta ahora no hay evidencias de la violación de los números leptónicos, en los experimentos de colisiones de partículas. Ello está relacionado con la masa nula de los neutrinos. Si se encontrara que los neutrinos tienen masa no nula, podrían darse procesos, tanto más improbables cuanto menor fuera la masa de los neutrinos, de violación del número leptónico.

Existen evidencias de que los neutrinos pueden cambiar de carácter, evolucionando de neutrino electrónico, a una combinación de estados de ν_e, ν_μ, ν_τ . Esto es lo que se denomina como “oscilaciones de neutrinos”. Ello implicaría no sólo que los neutrinos tendrían una cierta masa, sino que habría términos del hamiltoniano que conectarían los distintos tipos de neutrinos.

Los experimentos realizados hasta ahora de oscilaciones de neutrinos pueden explicarse considerando que hay 3 tipos de neutrinos, que son autoestados de la masa, y que cumplen que las diferencias de masa son $\Delta m_{21}^2 = 75.3(18) \text{ meV}^2$ y $\Delta m_{32}^2 = 2437(33) \text{ meV}^2$, suponiendo el orden normal ($m_3 > m_2 > m_1$), o bien $\Delta m_{32}^2 = 2519(33) \text{ meV}^2$, suponiendo el orden invertido ($m_2 > m_1 > m_3$). Ello implica que, o bien existen dos neutrinos ligeros, de masa $\simeq 10^{-2} \text{ eV}$, y un neutrino más pesado, de masa $\simeq 5 \cdot 10^{-2} \text{ eV}$, o bien existe un neutrino ligero, y dos más pesados

En cualquier caso, son masas mucho más pequeñas que la del electrón o las otras partículas.

<https://pdg.lbl.gov/2023/tables/rpp2023-sum-leptons.pdf>

Leptón (2022)	masa(MeV)	$\mu(e\hbar/2m)$	$\tau(s)$
e	0.51099895000(15)	1.00115965218062(18)	$> 6,6 \cdot 10^{28}$ años
μ	105.6583755(23)	1.0011659026(4)	$2.1969811(22) \cdot 10^{-6}$
τ	1776.86(12)	0.980(33)	$2.903(5) \cdot 10^{-13}$
ν_e	< 0.8 eV	$< 0.064 \cdot 10^{-10}$	(oscilaciones)
ν_μ	$\Delta m_{21}^2 = 75.3(18)$ meV ²	-	(oscilaciones)
ν_τ	$\Delta m_{32}^2 = 2437(33)$ meV ²	-	(oscilaciones)

3.3. Hadrones

Sienten la interacción fuerte. Incluyen el protón, el neutrón, los piones, kaones y otras partículas similares, así como los hiperones. Pueden dividirse en mesones (bosones, con espín entero), y bariones (fermiones, con espín semi-entero). Para describirlos se utilizan los números cuánticos siguientes:

3.3.1. Número bariónico

Se introduce para justificar el hecho de que el protón sea estable, y que otras partículas (neutrón, Λ , Σ , ..) decaen al protón. Se asigna $B=1$ al protón y a los hadrones que decaen en él, $B=-1$ a sus antipartículas, y $B=0$ a los hadrones que no decaen al protón. Esta asignación hace que podamos llamar bariones a los hadrones con $B=1$, antibariones a sus antipartículas, que tienen $B=-1$. Tanto bariones como antibariones son fermiones, como el protón. Los hadrones que no decaen al protón, se denominan mesones, y tienen todos $B=0$. Todos los mesones son bosones.

Hasta ahora, no hay evidencias de que se viole la conservación del número bariónico. La vida media del protón es superior a $9 \cdot 10^{29}$ años. Si embargo, las teorías de gran unificación predicen que el protón tiene una vida finita, aunque muy larga.

3.3.2. Extrañeza

Se introduce para explicar el hecho de que algunos hadrones ($K, \Lambda, \Sigma, \dots$), tengan vidas relativamente largas, lo cual implica que no decaen a otros hadrones más ligeros

(p, π) por la interacción fuerte o la electromagnética, sino por la débil. Por otro lado, los experimentos de la cámara de niebla indicaban que estas partículas se producen con secciones eficaces consistentes con la interacción fuerte. Esto era una aparente paradoja, ya que estas partículas “extrañas” sentían la interacción fuerte cuando eran producidas, pero no parecían sentirla cuando decaían. La solución de la paradoja surgió de la observación de que las partículas extrañas aparecen por parejas.

Se introdujo un número cuántico S , que debía ser conservado por la interacción fuerte y electromagnética, pero *podía* ser violado por la interacción débil. S vale cero para los hadrones “normales” (p, n, π) , y se le asignó el valor $S=1$ para los kaones K^0 y K^+ . Debido a la conservación de S por la interacción fuerte, en los procesos de colisión entre hadrones normales que produjeran K^0 o K^+ , la otra partícula extraña debe tener $S=-1$. Así se encuentra experimentalmente, a partir de la asignación anterior, que $S=-1$ para las antipartículas de los kaones \bar{K}^0, K^- , así como para los bariones $\Lambda, \Sigma^+, \Sigma^-, \Sigma^0$. Las cascadas Ξ^0, Ξ^- tienen $S=-2$. Las antipartículas tienen extrañeza opuesta a las partículas, para que puedan aniquilarse con ellas sin violación de S . Cuando un hadrón con extrañeza S decae, si existen otros hadrones más ligeros a los que pueda decaer conservando S (además de la carga y el número bariónico), entonces el decaimiento será rápido, pues ocurre por interacción fuerte o electromagnética (p. ej. $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$). Si éste no es el caso, el decaimiento ocurrirá por la interacción débil, que puede cambiar la extrañeza en una unidad (en primer orden en la interacción débil).

3.3.3. Partículas “estables” y resonancias.

En física de partículas se distingue entre “partículas estables” y “resonancias”. Las primeras son aquellas que son estrictamente estables, pero también las que decaen por interacción débil o electromagnética. Por ello, tienen vidas medias relativamente largas que permiten su observación directa. Las segundas decaen por interacción fuerte. Tienen vidas muy cortas, lo cual impide su detección directa, pero aparecen como resonancias (máximos en la sección eficaz) en diferentes colisiones en las que se miden las partículas en las que decae la resonancia. Cuando estas partículas tienen una energía total, en su sistema centro de momentos, correspondiente a la masa de la partícula descrita por la resonancia, aparece un máximo en la sección eficaz. La anchura en energía de este máximo, que se denomina la anchura de la resonancia, está relacionada con el tiempo de vida de la resonancia, a través de la expresión $\tau = \hbar/\Gamma$. En la figura 3.2 se muestra la resonancia Δ^{++} , que aparece como un máximo de la sección eficaz de dispersión de piones positivos sobre protones.

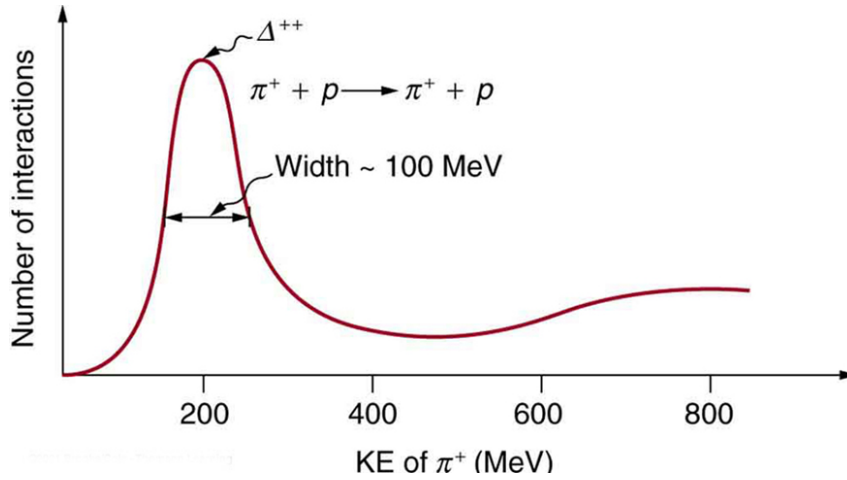


Figura 3.2: Exidencia experimental de la existencia de la partícula Δ^{++} . Esta aparece como un máximo muy acusado en la sección eficaz de dispersión entre piones positivos y protones. La energía, en el sistema centro de masas, en la que se produce este máximo da la masa de la partícula Δ^{++} . La anchura de la distribución en torno al máximo da la anchura Γ de la resonancia.

Partículas estables (2023). Se muestra el canal de decaimiento dominante en la última columna.

Mesones: <https://pdg.lbl.gov/2023/tables/rpp2023-sum-mesons.pdf>

Bariones: <https://pdg.lbl.gov/2023/tables/rpp2023-sum-baryons.pdf>

Mesones	I	S	J^π	I_3	Masa(MeV)	$\tau(s)$	Deca.
π^+	1	0	0^-	+1	139.57039(18)	$2.6033(5) \cdot 10^{-8}$	$\mu^+ \nu_\mu$
π^0	1	0	0^-	0	134.9768(5)	$8.43(13) \cdot 10^{-17}$	2γ
π^-	1	0	0^-	-1	139.57039(18)	$2.6033(5) \cdot 10^{-8}$	$\mu^- \bar{\nu}_\mu$
η	0	0	0^-	0	547.862(17)	$\Gamma = 1.31(5) \text{ keV}$	2γ
K^+	1/2	1	0^-	1/2	493.677(16)	$1.2380(20) \cdot 10^{-8}$	$\pi^+ \pi^0, \mu^+ \nu_\mu$
K^0	1/2	1	0^-	-1/2	497.611(13)	$0.8954(4) \cdot 10^{-10} (K_s)$	$2\pi, 3\pi$
\bar{K}^0	1/2	-1	0^-	1/2	497.611(13)	$5.116(21) \cdot 10^{-8} (K_L)$	$2\pi, 3\pi$
K^-	1/2	-1	0^-	-1/2	493.677(16)	$1.2380(20) \cdot 10^{-8}$	$\pi^- \pi^0, \mu^- \bar{\nu}_\mu$

Bariones	I	S	J^π	I_3	Masa(MeV)	$\tau(s)$	Deca.
p	1/2	0	1/2 ⁺	1/2	938.27208816(29)	$> 9 \cdot 10^{29}$ y	-
n	1/2	0	1/2 ⁺	-1/2	939.5654205(5)	878.4(5)	$p e \bar{\nu}_e$
Λ	0	-1	1/2 ⁺	0	1115.683(6)	$2.632(20) \cdot 10^{-10}$	$N\pi$
Σ^+	1	-1	1/2 ⁺	1	1189.37(7)	$0.8018(26) \cdot 10^{-10}$	$N\pi$
Σ^0	1	-1	1/2 ⁺	0	1192.642(24)	$7.4(7) \cdot 10^{-20}$	$\Lambda\gamma$
Σ^-	1	-1	1/2 ⁺	-1	1197.449(30)	$1.479(11) \cdot 10^{-10}$	$N\pi$
Ξ^0	1/2	-2	1/2 ⁺	1/2	1314.86(20)	$2.90(9) \cdot 10^{-10}$	$\Lambda\pi$
Ξ^-	1/2	-2	1/2 ⁺	-1/2	1321.71(7)	$1.639(15) \cdot 10^{-10}$	$\Lambda\pi$
Ω^-	0	-3	3/2 ⁺	0	1672.45(29)	$0.821(11) \cdot 10^{-10}$	ΛK

Resonancias (solamente algunas se muestran en la tabla):

Mesones	I	S	J^π	I_3	Masa(MeV)	$\Gamma(\text{MeV})$	Deca.
$\rho^+(770)$	1	0	1 ⁻	1	775.26(23)	149.1(8)	2π
$\rho^0(770)$	1	0	1 ⁻	0	775.26(23)	149.1(8)	2π
$\rho^-(770)$	1	0	1 ⁻	-1	775.26(23)	149.1(8)	2π
$\omega(783)$	0	0	1 ⁻	0	782.66(13)5	8.68(13)	3π
$\eta'(958)$	0	0	0 ⁻	0	957.78(6)	0.188(6)	$\eta 2\pi$
$\phi(1020)$	0	0	1 ⁻	0	1019.461(16)	4.249(13)	$K\bar{K}$
$K^+(892)$	1/2	1	1 ⁻	1/2	891.67(26)	51.4(8)	$K\pi$
$K^0(892)$	1/2	1	1 ⁻	-1/2	895.55(20)	47.3(5)	$K\pi$
$\bar{K}^0(892)$	1/2	-1	1 ⁻	1/2	895.55(20)	47.3(5)	$K\pi$
$K^-(892)$	1/2	-1	1 ⁻	-1/2	891.67(26)	51.4(8)	$K\pi$

Bariones	I	S	J^π	I_3	Masa(MeV)	$\Gamma(\text{MeV})$	Deca.
$\Delta^{++}(1232)$	3/2	0	3/2 ⁺	+3/2	1232	117	$N\pi$
$\Delta^+(1232)$	3/2	0	3/2 ⁺	+1/2	1232	117	$N\pi$
$\Delta^0(1232)$	3/2	0	3/2 ⁺	-1/2	1232	117	$N\pi$
$\Delta^-(1232)$	3/2	0	3/2 ⁺	-3/2	1232	117	$N\pi$
$N^+(1440)$	1/2	0	1/2 ⁺	+1/2	1440	350	$N\pi$
$N^0(1440)$	1/2	0	1/2 ⁺	-1/2	1440	350	$N\pi$
$\Lambda(1405)$	0	-1	1/2 ⁻	0	1405.1(12)	50.5(20)	$\Sigma\pi$
$\Sigma^+(1385)$	1	-1	3/2 ⁺	1	1382.83(34)	36.2(7)	$\Lambda\pi$
$\Sigma^0(1385)$	1	-1	3/2 ⁺	0	1383.7(10)	36(5)	$\Lambda\pi$
$\Sigma^-(1385)$	1	-1	3/2 ⁺	-1	1387.2(5)	39.4(21)	$\Lambda\pi$
$\Xi^0(1530)$	1/2	-2	3/2 ⁺	1/2	1531.80(32)	9.1(5)	$\Xi\pi$
$\Xi^-(1530)$	1/2	-2	3/2 ⁺	-1/2	1535.0(6)	9.9(18)	$\Xi\pi$

3.4. Conservación de números cuánticos

Conservación del cuadrivector energía-momento En una reacción entre partículas, o en el decaimiento de una partícula, se debe conservar siempre la energía y el momento. Por ejemplo, un fotón aislado no puede crear un par e^-e^+ , o viceversa. Estas leyes de conservación están asociadas a la invariancia del sistema frente a traslaciones temporales y espaciales, respectivamente.

Conservación del momento angular También debe conservarse el momento angular total. Ello hace que en el decaimiento de un fermión, con espín semientero, deban aparecer un número impar de fermiones, mientras que en el decaimiento de un bosón deban aparecer un número par (incluido el cero) de fermiones. Estas leyes de conservación están asociadas a la invariancia del sistema frente a rotaciones.

Conservación de la carga eléctrica También debe conservarse siempre la carga eléctrica Q . Esta ley de conservación está relacionada con la invariancia del sistema frente a unas transformaciones internas (transformaciones gauge) que son la explicación de la interacción electromagnética. En cierto sentido, la existencia de la interacción electromagnética implica que la carga debe conservarse estrictamente, y viceversa.

Conservación del número bariónico La conservación del número bariónico B es un hecho empírico. No hay razones, asociadas a la existencia de simetrías, que justifiquen dicha conservación. No obstante, no hay evidencias experimentales actuales que indiquen la violación del número bariónico. Según las teorías actuales, el protón tiene una vida muy larga, pero no infinita. Por ello, puede haber una violación del número bariónico, pero es extremadamente pequeña. Los límites experimentales actuales para la vida del protón son $\tau_p > 9 \cdot 10^{29}$ años.

Conservación de los números leptónicos La conservación de los números leptónicos L_e, L_μ, L_τ son hechos empíricos, que describen con muy buena precisión los procesos de colisión y decaimiento de leptones. No obstante, las oscilaciones de neutrinos indican que los números leptónicos L_e, L_μ, L_τ no se conservan estrictamente, aunque sí lo hace su suma $L = L_e + L_\mu + L_\tau$. Cabe decir que la conservación de los números leptónicos es perfectamente válida en la escala de tiempos de los procesos de colisión y decaimiento producidas por la interacción débil, pero no lo es en la escala de tiempos que corresponde a neutrinos que viajan largas distancias.

Conservación de la extrañeza Los procesos que ocurren por interacción fuerte o electromagnética conservan la extrañeza. Ello hace que la suma de los valores de S de las partículas iniciales en una reacción debe ser igual a la de las partículas finales (los leptones y los fotones se toman con $S=0$). Los procesos débiles pueden cambiar (o no) la extrañeza. Se observa empíricamente que los procesos que ocurren por la interacción débil, en primer orden, cumplen que $\Delta S = \pm 1, 0$.¹

Números cuánticos en mecánica cuántica Formalmente, los números cuánticos aditivos están asociados a operadores que actúan en el espacio de Hilbert de los vectores estado. Por ejemplo, cuando decimos que la partícula Λ tiene extrañeza $S = -1$, y el neutrón tiene extrañeza $S = 0$, eso significa que existe un operador \mathbf{S} , que cumple que $\mathbf{S}|\Lambda; \vec{p}; m\rangle = (-1)|\Lambda; \vec{p}; m\rangle$, mientras que $\mathbf{S}|n; \vec{p}; m\rangle = 0|n; \vec{p}; m\rangle$. El operador \mathbf{S} es aditivo. Esto significa que, cuando actúa sobre el vector estado de un sistema de partículas, da como autovalor la suma de las extrañezas de las partículas: $\mathbf{S}|n, \Lambda\rangle = (-1 + 0)|n, \Lambda\rangle$.²

Cuando un número cuántico se conserva, el hamiltoniano conmuta con el operador asociado. Así, la conservación de la carga implica que $[H, \mathbf{Q}] = 0$. La conservación del número bariónico implica que $[H, \mathbf{B}] = 0$. La extrañeza se conserva en procesos fuertes y electromagnéticos. Eso implica que el operador \mathbf{S} conmuta con el hamiltoniano fuerte $[H_f, \mathbf{S}] = 0$ y electromagnético $[H_{em}, \mathbf{S}] = 0$. No obstante, el hamiltoniano débil no conmuta con \mathbf{S} : $[H_d, \mathbf{S}] \neq 0$. Los hadrones son autoestados de \mathbf{S} correspondientes a un autovalor S . Como el operador \mathbf{S} es aditivo, un sistema de hadrones es un autoestado de \mathbf{S} cuyo autovalor es la suma de los valores de S de los hadrones. Por ello, el hamiltoniano fuerte y el electromagnético sólo conectan estados (sistemas de partículas) con la misma extrañeza.

3.5. Isospín.

Se introduce a partir del hecho de que los hadrones aparecen en grupos de partículas, llamados multipletes, con masa muy parecida, y con propiedades muy similares (mismo espín, paridad, número bariónico, extrañeza), excepto que tienen carga eléctrica que varía de uno en uno. Por ejemplo, están el protón y el neutrón, los piones (π^+ , π^0 , π^-), etc.

Cabe visualizar las transformaciones de isospín, considerando un núcleo atómico, compuesto de N neutrones y Z protones. Si en este núcleo ignoramos las fuerzas coulombianas,

¹Esto se explica en el modelo de quarks.

²En la notación del vector estado, se omiten los índices asociados al movimiento y al espín, ya que no son modificados por el operador.

y la pequeña diferencia de masa entre protón y neutrón, tenemos que el núcleo es un sistema en el que tenemos N fermiones de un tipo, y Z fermiones de otro tipo. Podríamos realizar una transformación en la que cada protón se convierte en una combinación de protón y neutrón, $|p\rangle \rightarrow \alpha|p\rangle + \beta|n\rangle$, mientras que el neutrón se convierte en otra combinación, $|n\rangle \rightarrow -\beta^*|p\rangle + \alpha^*|n\rangle$, manteniendo la norma ($|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$) y la ortogonalidad de los estados. Esta transformación sigue manteniendo N fermiones de un tipo, y Z fermiones de otro tipo, de forma que, bajo condiciones muy generales, el núcleo mantendría su misma energía. Este tipo de transformaciones son las transformaciones unitarias, en dos dimensiones, con determinante unidad, y vienen descritas por el grupo $SU(2)$. El grupo $SU(2)$ es muy similar al grupo $O(3)$ que describe las rotaciones en tres dimensiones³. Para describir el grupo $SU(2)$, se definen tres operadores, \mathbf{I}_+ , \mathbf{I}_- , \mathbf{I}_3 , mientras que para el grupo $O(3)$ los operadores son las componentes del momento angular \mathbf{L}_+ , \mathbf{L}_- , \mathbf{L}_3 . Ambos conjuntos de operadores cumplen las mismas reglas de conmutación.

\mathbf{I}_3 está relacionado con la carga eléctrica, y puede escribirse como $I_3 = -Y/2 + Q/e$, donde Y es una constante para cada multiplete llamada hipercarga, que es dos veces la carga media del multiplete. Gell-Mann y Nishijima encontraron empíricamente que la hipercarga estaba relacionada con la extrañeza y el número bariónico a través de la relación $Y = B + S$ ⁴.

Las partículas de un multiplete son autoestados de \mathbf{I}_3 . Así, para los nucleones, $Y=1$,

$$\mathbf{I}_3|p\rangle = 1/2|p\rangle \quad \mathbf{I}_3|n\rangle = -1/2|n\rangle.$$

Para los piones, $Y=0$,

$$\mathbf{I}_3|\pi^+\rangle = +1|\pi^+\rangle \quad \mathbf{I}_3|\pi^0\rangle = 0|\pi^0\rangle \quad \mathbf{I}_3|\pi^-\rangle = -1|\pi^-\rangle.$$

El operador \mathbf{I}_+ actuando sobre una partícula, la convierte en otra de carga superior perteneciente al mismo multiplete: $\mathbf{I}_+|n\rangle = |p\rangle$, $\mathbf{I}_+|p\rangle = 0$. Análogamente, el operador \mathbf{I}_- disminuye la carga de la partícula. Por analogía con el momento angular, todas las partículas del multiplete son autoestados del operador $\mathbf{I}^2 = \frac{1}{2}(\mathbf{I}_+\mathbf{I}_- + \mathbf{I}_-\mathbf{I}_+) + \mathbf{I}_3^2$ correspondientes a un autovalor $I(I+1)$. El número cuántico I , que es el isospín del multiplete, está relacionado con el número de partículas en el multiplete, que es $2I+1$.

³El término correcto en teoría de grupos es que $SU(2)$ y $O(3)$ son localmente isomorfos. Las transformaciones infinitesimales, cercanas a la unidad, son equivalentes en ambos casos. Los generadores de ambos tienen relaciones de conmutación idénticas. No obstante, el rango de variación de los parámetros no es el mismo. Por ello, en $O(3)$ las rotaciones pueden hacerse hasta un ángulo de 2π , mientras que las “rotaciones” de $SU(2)$ llegan hasta 4π .

⁴Esto se explica en el modelo de quarks.

La introducción del isospín permite considerar que las partículas de un multiplete son, a todos los efectos, partículas idénticas, que, además de venir caracterizadas por su función de onda orbital y su función de onda de espín, tienen una función de onda de isospín. Así, el protón es un estado del nucleón tal que su función de onda de isospín es autoestado del operador \mathbf{I}_3 correspondiente al autovalor $I_3 = 1/2$, y el neutrón es un estado del nucleón cuyo autovalor es $I_3 = -1/2$.

Si una partícula A tiene unos valores del isospín y su tercera componente dados por I_A, I_{3A} , el vector estado de la partícula A puede escribirse como $|A\rangle = |\alpha I_A I_{3A}\rangle$, donde α caracteriza los números cuánticos necesarios para caracterizar el multiplete de partículas al que pertenece A , y I_{3A} especifica qué partícula es A dentro de su multiplete, determinando su carga eléctrica. Nótese que omitimos la caracterización del momento y el espín en el vector estado, para simplificar la notación.

La masa de una partícula, o, estrictamente hablando, su energía en reposo, es igual al elemento de matriz del hamiltoniano en el estado que describe a la partícula en reposo:

$$m(A)c^2 = \langle A|H|A\rangle.$$

El hamiltoniano tiene contribuciones de la interacción fuerte, electromagnética y débil $H = H_f + H_{em} + H_d$

Como las partículas de un multiplete tienen masas parecidas, se considera que, del hamiltoniano total que describe las partículas ($H = H_f + H_{em} + H_d$) cumple $[H_f, \vec{\mathbf{I}}] = 0$, indicando que la interacción fuerte conmuta con todas las componentes del isospín. Esto hace que

$$\langle \alpha I_A I_{3A} | H_f | \alpha I_A I_{3A} \rangle = \langle \alpha I_A | | H_f | | \alpha I_A \rangle,$$

es decir, que la contribución de la interacción fuerte a la masa de las partículas no depende de I_{3A} , y por tanto es la misma para todas las partículas de un multiplete.

Por otro lado, las diferencias de masas entre las partículas de un multiplete son del orden del MeV, lo cual indica que la interacción electromagnética no conmuta con los operadores \mathbf{I}_{\pm} . Sin embargo, sí conmuta con \mathbf{I}_3 , ya que conserva la carga eléctrica, el número bariónico y la extrañeza. La interacción débil no conserva ninguna de las componentes del isospín.

En general, si sólo existiera la interacción fuerte, los hadrones de un mismo multiplete tendrían exactamente la misma masa, y corresponderían a autoestados degenerados del hamiltoniano. La interacción electromagnética rompe esta degeneración, desdoblado las masas del multiplete en función del valor de I_3 . La interacción débil tiene un efecto mínimo sobre las masas, siendo responsable de los decaimientos.

3.5.1. Isospín de sistemas de partículas

El isospín total de dos partículas A y B se obtiene de la forma siguiente: la partícula A tiene unos valores del isospín y su tercera componente dados por I_A, I_{3A} . Por tanto, el ket que caracteriza el estado interno de la partícula A puede escribirse como $|A\rangle = |\alpha I_A I_{3A}\rangle$, donde α denota los números cuánticos necesarios para caracterizar el multiplete de partículas al que pertenece A, y I_{3A} especifica qué partícula es A dentro de su multiplete, determinando su carga eléctrica. Análogamente, $|B\rangle = |\beta I_B I_{3B}\rangle$. El sistema AB puede describirse como el producto de una función de onda que describa el movimiento de A y B, por una función de onda que describa sus espines, por una función de onda interna, Esta última puede escribirse como

$$|A, B\rangle = |\alpha I_A I_{3A}, \beta I_B I_{3B}\rangle = \sum_{I_T, I_{3T}} \langle I_T, I_{3T} | I_A I_{3A}, I_B I_{3B} \rangle |\alpha I_A, \beta I_B; I_T, I_{3T}\rangle \quad (3.1)$$

Por tanto, el sistema AB viene descrito por una combinación de valores de I_T que van de $|I_A - I_B|$ a $I_A + I_B$. Esta combinación viene determinada por los coeficientes de Clebsch-Gordan.

Si las partículas pertenecen al mismo multiplete de isospín, entonces los valores del isospín total quedan restringidos por la exigencia de que la función de onda debe ser simétrica frente al intercambio de todas las variables de las partículas, en el caso de bosones, y antisimétrica en el caso de fermiones.

Sea un sistema de dos partículas A y B, pertenecientes a un multiplete α , con espín S e isospín I . Las partículas tienen un momento angular orbital relativo L , y un espín total S_T , y consideramos la componente de su estado en la que su isospín total es I_T . Frente al intercambio de las partículas, la función de onda orbital se modifica en un factor $(-1)^L$. La función de onda de espín, por las propiedades de los coeficientes de Clebsch-Gordan, se modifica en un factor $(-1)^{(S_T-2S)}$. La función de onda de isospín, análogamente, se modifica en un factor $(-1)^{(I_T-2I)}$. El producto de todos estos factores debe ser $+1$ para bosones y -1 para fermiones. Teniendo en cuenta que S es semientero para fermiones y entero para bosones, resulta que, en ambos casos, debe cumplirse que $L + S_T + I_T - 2I$ sea par.

3.5.2. Conservación del isospín

Los procesos que ocurren por interacción fuerte conservan el isospín. Eso quiere decir no sólo que conservan I_3 , sino que conservan el isospín total I .

Para que una partícula C pueda decaer el A y B conservando el isospín total, debe ocurrir que los isospines de A y B puedan acoplarse al de C, o sea, que $|I_A - I_B| \leq I_C \leq$

$(I_A + I_B)$. Por otro lado, para que de la colisión de A y B puedan surgir las partículas C y D conservando el isospín total debe haber al menos un valor de I_T que pueda obtenerse acoplando tanto I_A e I_B , como I_C e I_D .

Los procesos que ocurren por interacción electromagnética conservan I_3 , pero no conservan I . En los procesos en primer orden en la interacción electromagnética, $\Delta I = \pm 1, 0$.

En los procesos débiles, no se conserva I_3 ni I . No obstante, para los hadrones de energía baja, como los que se describen en las tablas ⁵, se encuentra que, en los procesos en primer orden en la interacción débil, si $\Delta S = \pm 1$, $\Delta I = \pm 1/2$, y si $\Delta S = 0$, $\Delta I = \pm 1, 0$.

3.5.3. Relación entre las probabilidades de decaimiento

La conservación del isospín permite relacionar las probabilidades de los procesos que ocurren por interacción fuerte entre partículas que pertenecen a multipletes determinados.

Si una resonancia C, descrita por $|C\rangle = |\gamma I_C I_{3C}\rangle$ decae en dos hadrones A y B por interacción fuerte, la probabilidad de decaimiento por unidad de tiempo puede escribirse como

$$P(C \rightarrow A + B) = |\langle C | H_f | AB \rangle|^2 \frac{2\pi}{\hbar} \rho_{AB}(E) \quad (3.2)$$

El elemento de matriz del hamiltoniano puede expresarse usando el desarrollo del estado $|AB\rangle$, de forma que:

$$\langle C | H_f | AB \rangle = \sum_{I_T, I_{3T}} \langle I_T, I_{3T} | I_A I_{3A}, I_B I_{3B} \rangle \langle \gamma I_C I_{3C} | H_f | \alpha I_A, \beta I_B; I_T, I_{3T} \rangle \quad (3.3)$$

La conservación del isospín implica que $I_C = I_T$, $I_{3C} = I_{3T}$. Por otro lado, como $[H_f, I_{\pm}] = 0$, los elementos de matriz deben ser independientes de I_3 . Por tanto, resulta

$$\langle C | H_f | AB \rangle = \langle I_C, I_{3C} | I_A I_{3A}, I_B I_{3B} \rangle \langle \gamma I_C || H_f || \alpha I_A, \beta I_B; I_C \rangle \quad (3.4)$$

La doble barra es una notación que se introduce para indicar que no es necesario especificar I_{3C} , porque el elemento de matriz es independiente de él. Por otro lado, la densidad de estados depende de la energía cinética de A y B, que, a su vez, depende de las masas de A, B y C, pues $E_c = m(C) - m(A) - m(B)$. Como las masas de las partículas del multiplete son muy parecidas, puede escribirse $\rho_{AB}(E) \simeq \rho_{\alpha\beta}(E)$, donde $\rho_{\alpha\beta}(E)$ es una densidad de estados promedio para todas las partículas del multiplete. Por tanto, la probabilidad de decaimiento puede escribirse como:

$$P(C \rightarrow A + B) = |\langle I_C, I_{3C} | I_A I_{3A}, I_B I_{3B} \rangle|^2 |\langle \gamma I_C || H_f || \alpha I_A, \beta I_B; I_C \rangle|^2 \frac{2\pi}{\hbar} \rho_{\alpha\beta}(E) \quad (3.5)$$

⁵ aquí sólo consideramos hadrones compuestos de los quarks ligeros u, d, s

Esta expresión indica que la probabilidad de decaimiento de las resonancias C de un multiplete γ en distintas partículas A de un multiplete α y B de β , es proporcional al coeficiente de Clebsch-Gordan al cuadrado.

3.5.4. Relación entre secciones eficaces

En un proceso de colisión que ocurre por la interacción fuerte, por el cual $A + B \rightarrow D + E$, la sección eficaz viene dada por

$$\sigma(A + B \rightarrow D + E) = \frac{2\pi\Omega}{\hbar v} |\langle AB|H|DE\rangle|^2 \rho_{DE}(E) \quad (3.6)$$

$\rho_{DE}(E)$ depende de la energía cinética final de D y E, en su sistema centro de masas, que viene dada por $E_c = E - m(D) - m(E)$. Sustituyendo $\rho_{DE}(E)$ por un promedio para las partículas del multiplete, la sección eficaz depende del cuadrado del elemento de matriz del hamiltoniano. Los estados $|AB\rangle$ y $|DE\rangle$ pueden desarrollarse en función de estados con isopín total I_T, I_{3T} . Los elementos de matriz del hamiltoniano son diagonales en I_T, I_{3T} , y por otro lado son independientes de I_{3T} . Por tanto, resulta

$$\begin{aligned} \langle AB|H_f|DE\rangle &= \sum_{I_T, I_{3T}} \langle I_T, I_{3T}|I_A I_{3A}, I_B I_{3B}\rangle \langle I_T, I_{3T}|I_D I_{3D}, I_E I_{3E}\rangle \\ &\quad \langle \alpha I_A, \beta I_B; I_T || H_f || \delta I_D, \epsilon I_E; I_T \rangle \end{aligned} \quad (3.7)$$

A partir del conocimiento de unos pocos elementos de matriz reducidos, correspondientes a los valores de I_T a los que pueden acoplarse tanto I_A e I_B como I_D e I_E , pueden obtenerse todas las secciones eficaces de las colisiones de partículas del multiplete α con las del β para dar partículas del δ y el ϵ .

Cuando la energía total en el sistema centro de masas está cercana a la masa de una resonancia C , el proceso ocurre de forma secuencial según $A + B \rightarrow C \rightarrow D + E$. En este caso, la contribución correspondiente a $I_T = I_C$ es dominante, y la sección eficaz aumenta considerablemente.

Problemas

1. Considerar las siguientes reacciones, que ocurren con secciones eficaces compatibles con la interacción fuerte:

$$(a) \pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0$$

$$(c) \pi^- + p \rightarrow \Sigma^0 + K^0$$

$$(e) \pi^+ + p \rightarrow \Sigma^+ + K^+$$

$$(g) \pi^- + p \rightarrow \Xi^0 + K^0 + K^0$$

$$(i) \pi^- + p \rightarrow n + K^+ + K^-$$

$$(b) \pi^0 + p \rightarrow \Lambda + K^+$$

$$(d) \pi^- + p \rightarrow \Sigma^- + K^+$$

$$(f) \pi^- + p \rightarrow \Xi^- + K^0 + K^+$$

$$(h) \pi^+ + p \rightarrow \Xi^0 + K^+ + K^+$$

$$(j) \pi^- + p \rightarrow n + K^0 + \bar{K}^0$$

Partiendo de que, por convenio, se toma que $S(p) = S(n) = S(\pi) = 0$, y $S(K^+) = 1$, deducir los valores de la extrañeza de las otras partículas. Obtener la energía cinética mínima inicial en el sistema centro de masas para que pueda producirse la reacción en cada caso.

2. Considera las reacciones siguientes:

$$(a) \bar{p} + p \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$$

$$(c) p + K^- \rightarrow n + K^+ + \pi^-$$

$$(e) \bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + \Lambda$$

$$(g) \pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$$

$$(b) p + K^- \rightarrow \Sigma^+ + \pi^- + \pi^0$$

$$(d) \bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n$$

$$(f) \tau^- \rightarrow \nu_\tau + K^-$$

$$(h) e^+ + e^- \rightarrow \pi^+ + \pi^-$$

Comprobar si se conservan los números cuánticos aditivos relevantes. Indicar si es posible la reacción, y qué interacción (fuerte, electromagnética o débil) la produce.

3. Demostrar que si el hamiltoniano conmuta con el operador extrañeza, entonces los elementos de matriz del hamiltoniano entre estados con extrañeza diferente son idénticamente nulos. Aplicarlo al caso de la transición $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$.

Nota: Evaluar el elemento de matriz del conmutador entre el Hamiltoniano y el operador \mathbf{S} , entre estados con diferente extrañeza..

4. Demostrar que si el hamiltoniano conmuta con los operadores I_+ e I_- , entonces las masas de partículas que pertenezcan al mismo multiplete de isospín son iguales.

Nota: Evaluar el elemento de matriz del conmutador $[H, I_+]$ entre estados del mismo multiplete y con diferentes valores de I_3 .

5. Obtener los estados de isospín de los pares de partículas siguientes: π^+p , π^+n , π^0p , π^0n , π^-p , π^-n . Comprobar que estos estados son ortogonales, y que forman una base de los estados $|(\pi N)II_3\rangle$.
6. Obtener la expresión de las secciones eficaces siguientes en términos de los elementos de matriz reducidos relevantes. Deducir las expresiones que relacionan las secciones eficaces. Si la energía total en el sistema centro de masas es cercana a 1230 MeV (resonancia Δ), ¿como serían estas relaciones?

$$\begin{array}{ll}
 a) \pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p & b) \pi^+ + n \rightarrow \pi^+ + n \\
 c) \pi^+ + n \rightarrow \pi^0 + p & d) \pi^0 + p \rightarrow \pi^+ + n \\
 e) \pi^0 + p \rightarrow \pi^0 + p & f) \pi^0 + n \rightarrow \pi^0 + n \\
 g) \pi^0 + n \rightarrow \pi^- + p & h) \pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n \\
 i) \pi^- + p \rightarrow \pi^- + p & j) \pi^- + n \rightarrow \pi^- + n
 \end{array}$$

7. Obtener la expresión de las secciones eficaces siguientes en función de los elementos de matriz reducidos, y la relación entre ellos.

$$\begin{array}{ll}
 a) \pi^0 + p \rightarrow \Lambda + K^+ & b) \pi^+ + n \rightarrow \Lambda + K^+ \\
 c) \pi^0 + n \rightarrow \Lambda + K^0 & d) \pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0 \\
 e) \pi^- + n \rightarrow \Lambda + K^-
 \end{array}$$

8. El principio de Pauli generalizado puede enunciarse diciendo que un sistema de nucleones (protones y neutrones) viene descrito por una función de onda que sea antisimétrica frente al intercambio de las variables orbitales, de espín y de isospín de dos nucleones cualesquiera. Partiendo de ello, deducir que el deuterón ($J^\pi = 1^+$) tiene $I = 0$.
9. Obtener la función de onda de isospín de un sistema $\pi^+\pi^-$ con un momento angular relativo L . Hacer lo propio para un sistema $\pi^0\pi^0$ con momento angular L . ¿Son posibles todos los valores de L ?
10. Considera un sistema de tres piones $\pi^+\pi^-\pi^0$ y $\pi^0\pi^0\pi^0$ con momento angular total interno 0. Obtener la función de onda de isospín. **Nota:** El momento angular total

interno es la composición del momento angular relativo de dos piones (por ejemplo, $\pi^+\pi^-$) L_{12} , con el del tercero con respecto al centro de masas de los otros dos L_3 .

11. Evalúa las probabilidades por unidad de tiempo de los procesos siguientes, a partir de la conservación del isospín. Las resonancias Δ tienen todas ellas una anchura de 153 MeV.

$$\Delta^{++} \rightarrow p + \pi^+$$

$$\Delta^+ \rightarrow p + \pi^0$$

$$\Delta^+ \rightarrow n + \pi^+$$

$$\Delta^0 \rightarrow p + \pi^-$$

$$\Delta^0 \rightarrow n + \pi^0$$

$$\Delta^- \rightarrow n + \pi^-$$

Capítulo 4

Simetrías discretas

Un sistema tiene una simetría determinada cuando sus propiedades no se modifican cuando el sistema se somete a un conjunto de transformaciones asociadas a la simetría. Ejemplos conocidos de simetrías son la invariancia translacional, asociada a las traslaciones espaciales, la invariancia rotacional, asociada a las rotaciones, y la invariancia temporal, asociada a los desplazamientos temporales. Estas transformaciones son continuas, pues vienen determinadas por variables continuas (vector desplazamiento, ángulo de rotación, desplazamiento de tiempos). La simetría de un sistema frente a este tipo de transformaciones, lleva asociada la conservación de una magnitud del sistema. Para los casos anteriores, éstas son el momento lineal total, el momento angular total y la energía total.

No obstante, existe otro tipo de simetrías que están asociadas a transformaciones que son discretas. Estas son:

Invariancia frente a inversión espacial

La transformación asociada consiste en invertir el signo de todas las coordenadas de las partículas que componen el sistema: $\vec{r}_i \rightarrow -\vec{r}_i$. Por extensión, supone que todos los vectores polares (como \vec{r} o \vec{p}) cambian de signo, mientras que los vectores axiales (como $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$) no se modifican.

La consecuencia de la invariancia de un sistema frente a inversión espacial es que la probabilidad de un proceso de colisión es la misma de la del proceso obtenido mediante inversión espacial, es decir, cambiando de signo las posiciones y velocidades de todas las partículas participantes.

Invariancia frente a conjugación de carga

La transformación asociada consiste en cambiar el signo de la carga eléctrica y de los demás números cuánticos aditivos de todas las partículas del sistema. Ello hace que todas las magnitudes derivadas de la carga (momento magnético, campo eléctrico, campo magnético, potencial vector) cambien de signo. La masa no es un número cuántico aditivo, sino una propiedad intrínseca del sistema, que está relacionada con la conservación de la energía y el momento. Viene determinada por $m^2 c^4 = E^2 - \vec{p}^2 c^2$ y es intrínsecamente positiva. Por tanto, no se modifica por la conjugación de la carga.

La consecuencia de la invariancia de un sistema frente a conjugación de carga es que la probabilidad de un proceso de colisión que ocurre entre partículas es la misma del proceso que ocurre entre las antipartículas correspondientes.

Invariancia frente a inversión temporal

Consiste en cambiar el signo del tiempo. Hace que las magnitudes derivadas (velocidad, momento lineal, momento angular) cambien de signo.

La consecuencia de la invariancia de un sistema frente a inversión temporal es que la probabilidad de un proceso de colisión es la misma del proceso inverso, en el que se cambian las partículas incidentes por las salientes.

Las transformaciones asociadas a las simetrías discretas llevan asociadas en mecánica cuántica operadores que actúan sobre los vectores estado. El operador relevante para la inversión espacial es el operador P . El operador relevante para la conjugación de carga es el operador C . Ambos son operadores unitarios y hermíticos $P = P^\dagger = P^{-1}$, $C = C^\dagger = C^{-1}$, y los trataremos en detalle a continuación, describiendo sus autovalores y autoestados ¹

4.1. Inversión espacial: Operador P

La operación de inversión espacial viene descrita en mecánica cuántica por un operador P . Este operador, cuando actúa sobre el vector estado de una partícula con una posición determinada, invierte la posición de la partícula:

$$P|A; \vec{r}; m\rangle = \eta_P(A)|A; -\vec{r}; m\rangle \quad (4.1)$$

¹El operador relevante para la inversión temporal, T , es antiunitario, y no es un operador lineal, por lo que no cabe definir autoestados. No lo trataremos aquí.

Aquí, $\eta_P(A)$, es la paridad intrínseca de la partícula, que puede tomar los valores ± 1 .² El valor de la paridad intrínseca de una partícula está asociado con la estructura interna de dicha partícula. Este valor, en general, se determina empíricamente.

El operador P invierte el momento de las partículas:

$$P|A; \vec{p}; m\rangle = \eta_P(A)|A; -\vec{p}; m\rangle \quad (4.2)$$

Para partículas con helicidad (proyección del espín sobre la dirección del momento, $h = \vec{J} \cdot \hat{p}$) definida, el operador P invierte la helicidad:

$$P|A; \vec{p}; h\rangle = \eta_P(A)|A; -\vec{p}; -h\rangle \quad (4.3)$$

Una partícula cuya función de onda Φ tenga un momento angular bien definido también tiene una paridad bien definida:

$$P|A; \Phi, l, m_l; m_s\rangle = \eta_P(A)(-1)^l|A; \Phi, l, m_l; m_s\rangle \quad (4.4)$$

En mecánica cuántica no relativista, las partículas que constituyen un sistema cuántico (electrones en un átomo, protones y neutrones en un núcleo) no se crean ni se destruyen. Por tanto, las paridades intrínsecas de estas partículas constituyen un factor constante en la acción del operador paridad, por lo que son irrelevantes. No obstante, este no es el caso en teoría cuántica de campos, en el que se pueden crear o aniquilar partículas. Puede demostrarse que, para el caso de los fermiones, la paridad intrínseca de una partícula es opuesta a la de la antipartícula: $\eta_P(f) = -\eta_P(\bar{f})$. Para los bosones, sin embargo, la paridad de partícula y antipartícula coinciden $\eta_P(b) = \eta_P(\bar{b})$. Los fotones tienen paridad intrínseca $\eta_P(\gamma) = -1$.

Un sistema es invariante frente a transformaciones de paridad cuando el hamiltoniano no se modifica ante la actuación de P : $PHP = H$, o bien $[P, H] = 0$. Nótese que la invariancia frente a rotaciones implica que $[H, \vec{J}] = 0$. Además, $[P, \vec{J}] = 0$. Por tanto, si, para un sistema, $[P, H] = 0$, los autoestados sistema pueden caracterizarse por los números cuánticos J, M_J y por el autovalor del operador paridad, que puede tomar los valores ± 1 .

4.1.1. Paridad P de sistemas de dos partículas

Un sistema de dos partículas, A y B , descrito en su sistema centro de masas, viene caracterizado por la función de onda interna de cada partícula, la función de onda orbital

²Esto puede verse actuando dos veces con el operador P sobre el mismo estado: $P^2|A; \vec{r}; m\rangle = (\eta_P(A))^2|A; -\vec{r}; m\rangle$. Pero como $P^2 = 1$, se tiene $(\eta_P(A))^2 = 1$, de donde $\eta_P(A) = \pm 1$.

de su movimiento relativo, y la función de onda de espín, que indica a qué espín total se acoplan las partículas. En general, el estado de movimiento relativo de las partículas puede caracterizarse por una función de onda Φ con un momento angular orbital L relativo de las dos partículas, el espín total S_t y el momento angular total J al que se acoplan L y S , y su proyección M_J . La paridad de este estado viene dada por

$$P|A, B; \Phi, L; S_t; JM\rangle = \eta_P(A)\eta_P(B)(-1)^L|A, B; \Phi, L; S_t; JM\rangle \quad (4.5)$$

La paridad-P de un sistema fermión-antifermión es igual al producto de las paridades intrínsecas del fermión y del antifermión, que son siempre opuestas, por la del movimiento relativo, que es $(-1)^L$. Por tanto, $P(f\bar{f}) = -(-1)^L$.

La paridad-P de un sistema bosón-antibosón es igual al producto de las paridades intrínsecas del bosón y del antibosón, que son siempre iguales, por la del movimiento relativo, que es $(-1)^L$. Por tanto, $P(b\bar{b}) = +(-1)^L$.

4.2. Conjugación de carga: Operador C

La operación conjugación de carga viene descrita por un operador C , cuyo efecto consiste en cambiar partículas por anti-partículas. Así, no sólo se cambia el signo de la carga eléctrica, sino también el de todos los números cuánticos aditivos (número bariónico, números leptónicos, extrañeza). El operador conjugación de carga no altera a las variables orbitales o de espín de las partículas.

Para una partícula A , caracterizada por una función de onda Φ , el efecto de C viene dado por

$$C|A; \Phi, l, m_l; m_s\rangle = \eta_C(A)|\bar{A}; \Phi, l, m_l; m_s\rangle \quad (4.6)$$

donde \bar{A} es la antipartícula de A , y $\eta_C(A)$ puede valer ± 1 .

Para partículas con momento y helicidad definidos, la acción del operador conjugación de carga viene dado por

$$C|A; \vec{p}; h\rangle = \eta_C(A)|\bar{A}; \vec{p}; h\rangle \quad (4.7)$$

Un sistema es invariante frente a conjugación de carga cuando el hamiltoniano no se modifica ante la actuación de C : $CHC = H$, o bien $[C, H] = 0$. El operador conjugación C de carga no conmuta con el operador carga eléctrica Q , ni con los otros operadores que corresponden a números cuánticos aditivos (B, S, \dots). Por tanto, solamente en el caso de sistemas totalmente neutros (todos sus números cuánticos aditivos cero) pueden considerarse estados con un número cuántico C (paridad C) bien definido. Por ejemplo, el fotón tiene paridad- C negativa

$$C|\gamma; \vec{p}; h\rangle = (-1)|\gamma; \vec{p}; h\rangle, \quad (4.8)$$

mientras que el pion neutro tiene paridad-C positiva

$$C|\pi_0; \vec{p}\rangle = (+1)|\pi_0; \vec{p}\rangle. \quad (4.9)$$

No hay que especificar la helicidad del pion neutro, ya que, como su espín es cero, su helicidad debe ser también cero.

4.2.1. Paridad C de sistemas de partículas

Paridad C de partículas totalmente neutras

Estas partículas, que son siempre bosones, coinciden con sus anti-partículas, y tienen, por tanto, paridad-C bien definida. En el caso del fotón, se demuestra en teoría cuántica de campos que $\eta_C(\gamma) = -1$. Las partículas neutras que decaen en un número par de fotones (π^0, η, η') tienen $\eta_C = +1$. Las que decaen en un número impar de fotones (ρ^0, ω, ϕ) tienen $\eta_C = -1$.

Sistemas de partículas totalmente neutras

Los sistemas de estas partículas tienen paridad-C igual al producto de las paridades-C de las partículas del sistema.

Cada fotón tiene $\eta_C(\gamma) = -1$, independiente de su estado de movimiento. Por tanto, un sistema de n fotones tiene paridad-C $\eta_C(n\gamma) = (-1)^n$.

Sistemas fermión-antifermión

Para obtener la paridad-C de un sistema fermión-antifermión, con momento angular orbital L y espín S_t , partimos de una función de onda que sea explícitamente anti-simétrica:

$$\begin{aligned} |f\bar{f}\rangle &= (1 - P_{12})|f, \bar{f}; \Phi, L; S_t; JM\rangle \\ &= |f, \bar{f}; \Phi, L; S_t; JM\rangle - (-1)^{L+S_t-2J_f}|\bar{f}, f; \Phi, L; S_t; JM\rangle \end{aligned} \quad (4.10)$$

Aquí hemos utilizado las propiedades de la permutación actuando sobre las variables orbitales y de espín (ver el ejercicio 2 del tema 1). El operador C cambia f en \bar{f} , dejando las variables orbitales y de espín inmutables. Por tanto, su efecto sobre el sistema fermión-antifermión es:

$$C|f\bar{f}\rangle = -(-1)^{L+S_t-2J_f}|f\bar{f}\rangle \quad (4.11)$$

Como los fermiones tienen espín semientero, $2J_f$ es impar, luego la paridad-C del sistema fermión-antifermión viene dada por $(-1)^{L+S_t}$.

Sistemas bosón-antibosón

Los fermiones tienen siempre una anti-partícula. Los bosones pueden ser totalmente neutros, en cuyo caso coinciden con su anti-partícula, (como el fotón, el pión neutro, etc), o bien pueden tener carga eléctrica, o algún otro número cuántico, en cuyo caso el bosón y el antibosón son diferentes.

Para obtener la paridad-C de un sistema bosón-antibosón, con momento angular orbital L y espín S_t , partimos de una función de onda que sea explícitamente simétrica:

$$|b\bar{b}\rangle = (1 + P_{12})|b, \bar{b}; \Phi, L; S_t; JM\rangle = |b, \bar{b}; \Phi, L; S_t; JM\rangle + (-1)^{L+S_t-2J_b}|b, b; \Phi, L; S_t; JM\rangle \quad (4.12)$$

Aquí hemos utilizado las propiedades de la permutación actuando sobre las variables orbitales y de espín (ver el ejercicio 2 del tema 1). El operador C cambia b por \bar{b} , dejando las variables orbitales y de espín inmutables. Por tanto, su efecto sobre el sistema bosón-antibosón es:

$$C|b\bar{b}\rangle = +(-1)^{L+S_t-2J_b}|b\bar{b}\rangle \quad (4.13)$$

Como los bosones tienen espín entero, $2J_b$ es par, luego la paridad-C del sistema bosón-antibosón viene dada por $(-1)^{L+S_t}$.

4.3. Conservación y violación de las simetrías discretas

En general, la evidencia experimental de los procesos de física atómica y nuclear indican que la interacción fuerte y electromagnética conservan P y C . Ello permite relacionar la paridad- P intrínseca a las partículas que se crean o se aniquilan en procesos fuertes o electromagnéticos, así como asignar paridad- C a las partículas totalmente neutras. Si, por convenio, se toma que la paridad- P intrínseca del protón y el neutrón es $+1$, entonces pueden deducirse las paridades de todos los hadrones con extrañeza cero. En concreto, se encuentra que los piones tienen paridad- P -1 . Del mismo modo, tomando que la paridad- P de la Λ es $+1$, se deducen las paridades de todos los hadrones con extrañeza no nula.

4.3.1. Violación de la paridad P y C por la interacción débil

La evidencia experimental de que la interacción débil violaba la paridad- P llegó en 1957. Wu investigó el decaimiento beta de ^{60}Co , que tiene espín 5^+ , y decae en $^{60}\text{Ni} + e^- + \nu$. Introdujo los átomos de ^{60}Co en un campo magnético intenso, y observó que los electrones se emitían con menor probabilidad en la dirección del campo magnético que en la opuesta. Esto se ilustra en la figura 4.1. Este hecho implica una violación de la paridad, ya que la

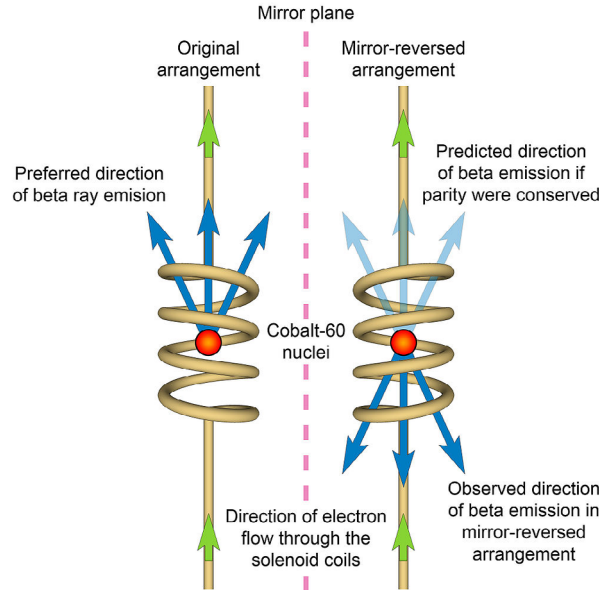


Figura 4.1: Experimento de Wu que muestra la violación de la paridad. Los electrones se emiten con menor probabilidad en la dirección del campo magnético. Ello no sería posible si se conservara la paridad. <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=30232669>

inversión espacial invierte el momento de los electrones, pero no el campo magnético, por lo que la emisión de electrones en ambas direcciones debe tener la misma probabilidad.

Esta asimetría se explica debido a que los anti-neutrinos tienen helicidad positiva. El electrón y el antineutrino se emiten con mayor probabilidad en direcciones opuestas, ya que esto deja menos momento al protón final y favorece el elemento de matriz de la interacción débil. Los espines de electrón y antineutrino son preferentemente paralelos, y van dirigidos preferentemente en la dirección del campo magnético, para compensar la diferencia de proyección del momento angular entre el núcleo inicial y el final. Como el anti-neutrino tiene helicidad positiva, se emite en la dirección paralela al campo magnético, por lo que el electrón se emite en la dirección opuesta al campo magnético. Esto se ilustra con la figura 4.2. El hecho de que los neutrinos tengan helicidad definida, y los antineutrinos la opuesta, implica que no pueden tener paridad intrínseca ni conjugación de carga definida. Para un neutrino con momento \vec{p} y helicidad $h = -\frac{1}{2}$, la acción de los

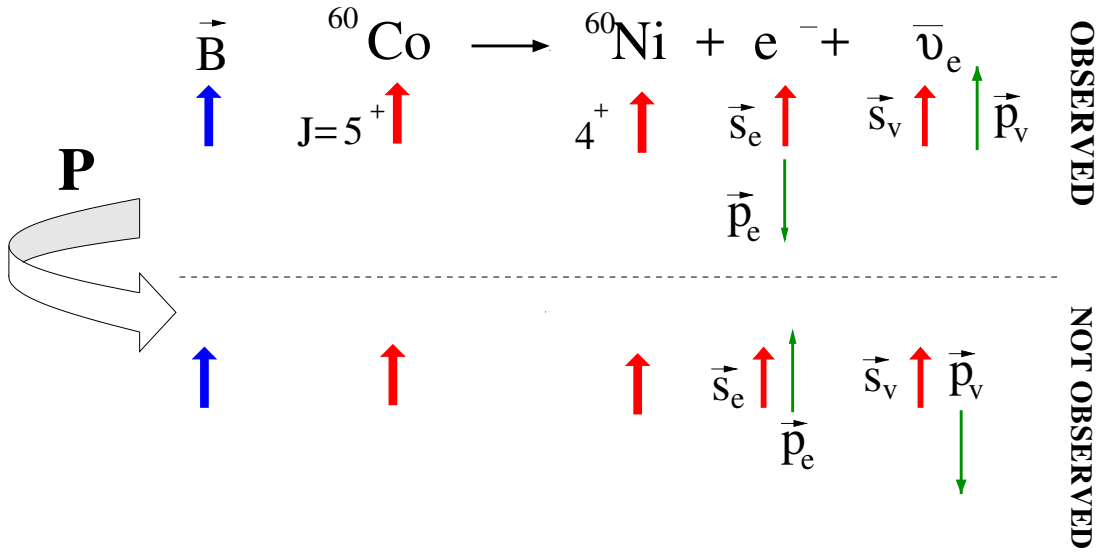


Figura 4.2: Ilustración del efecto de la inversión espacial en el experimento de Wu, teniendo en cuenta la orientación de los espines de los anti-neutrinos emitidos

operadores P y C ,

$$P|\nu; \vec{p}; h = -\frac{1}{2}\rangle = \eta_P |\nu; -\vec{p}; h = \frac{1}{2}\rangle \quad (4.14)$$

$$C|\nu; \vec{p}; h = -\frac{1}{2}\rangle = \eta_C |\bar{\nu}; \vec{p}; h = -\frac{1}{2}\rangle \quad (4.15)$$

produciría, respectivamente, neutrinos con helicidad positiva o antineutrinos con helicidad negativa. Como los neutrinos con helicidad positiva y los antineutrinos con helicidad positiva no existen, o al menos no se producen mediante la interacción débil, podemos concluir que la interacción débil no conserva la invariancia frente a inversión espacial ni la invariancia frente a conjugación de carga.

Problemas

1. Establecer cómo se transforman bajo las operaciones P, C y T las siguientes magnitudes clásicas: Posición \vec{r} , momento \vec{p} , momento angular \vec{L} , carga eléctrica q , momento dipolar eléctrico \vec{D} , momento magnético $\vec{\mu}$, densidad de carga ρ , densidad de corriente \vec{j} , campo eléctrico \vec{E} , campo magnético \vec{B} , potencial vector \vec{A} , potencial escalar V .
2. Demostrar que las ecuaciones de Maxwell son invariantes frente a las operaciones C, P y T:

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= \rho \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} + \partial_t \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} - \partial_t \vec{E}/c^2 &= \vec{j}\end{aligned}$$

3. Demostrar que el operador paridad P conmuta con el operador que produce rotaciones en torno al eje x, $R_x(\phi) = \exp(-iL_x\phi)$. Demostrar que el operador conjugación de carga C no conmuta con el operador que produce transformaciones gauge asociadas a la carga eléctrica, $U(\phi) = \exp(-iQ\phi)$.
4. Obtener los valores de P, C y PC de un sistema de $\pi^+\pi^-$ con momento angular L. Hacer lo propio para un sistema $\pi^0\pi^0$.
5. Obtener los valores de P, C y PC para un sistema de $\pi^+\pi^-\pi^0$ con momento angular J=0. Hacer lo propio para un sistema $\pi^0\pi^0\pi^0$. Nota: el momento angular J del sistema se obtiene del acoplamiento del momento angular de dos piones L_{12} con el momento angular del tercero con respecto al centro de masas de los otros dos L_3 .
6. Obtener los valores de P, C y PC para un sistema e^-e^+ con momento angular orbital L, espín S y momento angular total J. Deducir los valores de L, S y J permitidos para que el sistema e^-e^+ provenga de la aniquilación de un fotón virtual ³
7. Considera que una partícula $|A, jm\rangle$, en reposo, decae y produce otras partículas a, b, \dots . Nos fijamos en una de ellas a , que sale con un momento \vec{k}_a y una helicidad s_a . A partir de la regla de oro de Fermi, demuestra que la conservación de la paridad por la interacción que produce el decaimiento implica que:

³Un fotón virtual, a diferencia de un fotón real, puede tener momento cero, y energía arbitrariamente grande

- (a) La probabilidad de detectar la partícula con momento \vec{k}_a y helicidad h_a es la misma que la probabilidad de detectar la partícula con momento $-\vec{k}_a$ y helicidad $-h_a$.
 - (b) La probabilidad de detectar la partícula con momento \vec{k}_a es la misma que la probabilidad de detectar la partícula con momento $-\vec{k}_a$, si no se observa la helicidad.
 - (c) El valor esperado de h_a , integrado para todos los momentos \vec{k}_a , es nulo.
8. El momento dipolar eléctrico de una partícula $d(A)$, o un sistema de partículas, es igual al valor esperado de la componente z del operador dipolar eléctrico $D_z = \sum_i q_i z_i$ para el estado con $m = j$: $d(A) = \langle A, jj | D_z | A, jj \rangle$. Demostrar que tanto si P se conserva, como si T se conserva, entonces $d(A)$ debe anularse. No obstante, si P y T se violan, pero PT se conserva, entonces puede ocurrir que $d(A)$ sea no nulo.
 9. Cuando un pión negativo interacciona con un deuterón, que tiene $J=1$ y paridad positiva, se forma un “átomo piónico”, y el pión decae hasta el estado más bajo, con $L=0$. Entonces, reacciona por interacción fuerte con el deuterón, y se producen dos neutrones. Demostrar que, para que esto ocurra conservándose la paridad, el pión debe tener paridad intrínseca negativa. Nota: considerar la conservación del momento angular, y el carácter fermiónico de los neutrones.
 10. Obtener los valores de P, C, PC y el isospín para un sistema $p\bar{p}$ con momento angular orbital L, espín S y momento angular total J. Deducir los valores de L, S y J permitidos para que el sistema $p\bar{p}$ provenga de la aniquilación de un pion neutro virtual ⁴
 11. Considera un sistema protón-antiprotón con momento angular orbital $L = 1$, espín total $S = 1$ y momento angular total $J = 0$. Considera también un sistema $\pi^+\pi^-$ con momento angular total $J = 0$, y un sistema $\pi^0\pi^0$ con momento angular total $J = 0$.
 - a) Obtener los valores de P, C y el isospín del sistema $p\bar{p}$.
 - b) Obtener los valores de P, C y el isospín del sistema $\pi^+\pi^-$ y del sistema $\pi^0\pi^0$.
 - c) Determinar si el sistema $p\bar{p}$ puede descomponerse por interacción fuerte o electromagnética en $\pi^+\pi^-$ o en $\pi^0\pi^0$.

⁴Un pion virtual, a diferencia de un pion real, puede tener momento cero, y energía arbitrariamente grande

-
12. Considera un sistema electrón-positrón (positronio) con momento angular orbital relativo L , espín total S y momento angular total J .
- (a) Obtén los valores posibles de L y S compatibles con que el momento angular total del sistema sea $J = 1$.
 - (b) Obtén los valores de la paridad P , y la conjugación de carga C del sistema para los casos anteriores.
 - (c) Determina, para los casos anteriores, si el sistema decaerá produciendo dos o tres fotones. ¿Por qué no puede producirse el decaimiento emitiéndose un único fotón?

Capítulo 5

Un paradigma de transición (~ 1960)

5.1. Partículas: Hadrones y leptones

Tal como se ha visto en la sección anterior, las partículas que aparecen en la naturaleza pueden dividirse en leptones, que no sienten la interacción fuerte, y hadrones, que sí la sienten. Los leptones son seis (electrón, muon, tau y sus correspondientes neutrinos), y sus propiedades son consistentes con que estas partículas sean realmente elementales. Los hadrones pueden ser bariones o mesones. Existe un número muy alto (varios centenares) de hadrones, y además las propiedades de los hadrones indican que tienen una estructura interna.

5.2. Marco teórico: Teoría cuántica de campos

Los campos

Para cada tipo de partícula, existe un campo asociado. Estos campos $\phi(x)$, $\psi(x)$, $W_\mu(x)$ son funciones de las coordenadas y el tiempo $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, \vec{r})$. x^μ es un cuadrivector contravariante. Intimamente relacionado está el cuadrivector covariante $x_\mu = (x_0, x_1, x_2, x_3) = (ct, -\vec{r})$. El paso de magnitudes covariantes a magnitudes contravariantes se realiza con el tensor métrico de las transformaciones de Lorentz, que es

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (5.1)$$

Así, en general, para cualquier cuadrivector covariante A_μ , se cumple que $A^\mu = g^{\mu\nu} A_\nu$ es el vector contravariante correspondiente, donde el índice repetido implica una suma de las componentes. Los campos $\phi(x), \psi(x), W_\mu(x)$, corresponden a operadores que aniquilan partículas o crean antipartículas, respectivamente, de espín 0, 1/2, 1. El carácter de los campos, descrito en la tabla siguiente, nos indica si estos campos son invariantes frente a transformaciones de Lorentz (escalares), si se comportan como el cuadrivector x_μ (cuadrivectores), o si se comportan como una partícula de espín 1/2 (espinores).

Campo	Acción	Carácter
$\phi(x)$	Crea antipartículas J=0	Escalar
	Aniquila partículas J=0	
$\phi^*(x)$	Crea partículas J=0	Escalar
	Aniquila antipartículas J=0	
$\psi(x)$	Crea antipartículas J=1/2	Espinor 4×1
	Aniquila partículas J=1/2	
$\bar{\psi}(x)$	Crea partículas J=1/2	Espinor 1×4
	Aniquila antipartículas J=1/2	
$W_\nu(x)$	Crea antipartículas J=1	Cuadrivector
	Aniquila partículas J=1	
$W_\nu^*(x)$	Crea partículas J=1	Cuadrivector
	Aniquila antipartículas J=1	

Nótese que cuando se trata de partículas totalmente neutras, en las cuales no sólo la carga eléctrica, sino también todos los números cuánticos aditivos son cero, dichas partículas coinciden con sus antipartículas. Para las partículas totalmente de espín cero, como el caso del pion neutro, el campo $\phi_{\pi_0}(x) = \phi_{\pi_0}^*(x)$ es real. Igualmente, para partículas totalmente neutras de espín uno, como es el caso del fotón, $W_\nu(x) = W_\nu^*(x)$ es real. No consideraremos partículas totalmente neutras de espín 1/2, ya que estas llevan asociadas números cuánticos no nulos como el número bariónico o los números leptónicos ¹.

La densidad lagrangiana

En una teoría cuántica de campos, la evolución en el espacio y en el tiempo de los campos que describen las partículas se describen a partir de la densidad lagrangiana \mathcal{L} . La densidad lagrangiana es función de los campos, $\phi(x), \psi(x), W_\nu(x)$, y de sus derivadas con respecto a las coordenadas y el tiempo $\partial_\mu \phi(x), \partial_\mu \psi(x), \partial_\mu W_\nu(x)$. En esta notación,

¹Es teóricamente posible la existencia de partículas de espín 1/2 que coinciden con sus antipartículas, Son los fermiones de Majorana, que no consideramos aquí

$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}$ es un operador que tiene carácter de cuádrivector covariante. Análogamente, $\partial^\mu = \frac{\partial}{\partial x_\mu}$ es un operador que tiene carácter de cuádrivector contravariante.

En teoría cuántica de campos, la densidad lagrangiana debe ser invariante frente a transformaciones de Lorentz. Ello es necesario para que la teoría sea plenamente consistente con la relatividad. Esto condiciona la forma que debe tener la densidad lagrangiana, en función de los campos. Estos campos deben combinarse de forma que den lugar a un escalar, o sea, un invariante de Lorentz. En general, si A^μ y B_μ son cuádrivectores, contravariantes y covariantes respectivamente, la combinación $A^\mu B_\mu$ es invariante de Lorentz.

La evolución de los campos en el espacio y en el tiempo viene determinada por la densidad lagrangiana, a través de las ecuaciones de Euler-Lagrange. Así, para cada campo ϕ , se cumple

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)}{\partial(\partial_\mu \phi)} \right) = \frac{\partial \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)}{\partial \phi} \quad (5.2)$$

La forma de la densidad lagrangiana sin interacción, es la siguiente:

Bosones de espín 0 (piones, kaones).

El campo asociado a una partícula de espín cero $\phi(x)$ es una función escalar (invariante de Lorentz) de x . La densidad lagrangiana para estas partículas viene dada por:

$$\mathcal{L} = (\hbar c) \partial^\mu \phi(x)^* \partial_\mu \phi(x) - \frac{m^2 c^4}{\hbar c} \phi(x)^* \phi(x) \quad (5.3)$$

Es destacable que la masa aparece en la densidad lagrangiana como el coeficiente del término que multiplica al campo al cuadrado, a diferencia del término que depende de las derivadas de los campos.

El análisis dimensional lleva a que la densidad lagrangiana tiene dimensiones de energía partido por volumen, $[\mathcal{L}] = EL^{-3}$. Como $\hbar c = 197.3 \text{ MeV fm}$, tiene dimensiones de energía por distancia, resulta que el campo escalar $\phi(x)$ tiene dimensiones $[\phi] = L^{-1}$, lo cual es consistente con la expresión de la dependencia radial del potencial de Yukawa $\exp(-\beta r)/r$. Si se usan unidades naturales, tomando $\hbar = c = 1$, entonces la distancia adquiere dimensiones de inversa de la energía, y 1 fm^{-1} se hace equivalente a 197.3 MeV . Con estas unidades,

$$\mathcal{L} = \partial^\mu \phi(x)^* \partial_\mu \phi(x) - m^2 \phi(x)^* \phi(x) \quad (5.4)$$

y las dimensiones resultan $[\mathcal{L}] = E^4$ y $[\phi] = E$.

En concreto, $\phi(x)$ aniquila mesones de espín cero, o crea sus anti-partículas, y $\phi(x)^*$ hace lo contrario. Nótese que la densidad lagrangiana es un invariante de Lorentz.

Fermiones de espín 1/2 (leptones, bariones).

El campo asociado a una partícula de espín 1/2 $\psi(x)$ es un espinor de cuatro componentes. La densidad lagrangiana para estas partículas viene dada por:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(x)(i\hbar c\gamma^\mu\partial_\mu - mc^2)\psi(x), \quad (5.5)$$

Aquí de nuevo se ve que la masa es el coeficiente que multiplica al cuadrado de los campos. El análisis dimensional lleva a que la densidad lagrangiana tiene dimensiones de energía partido por volumen, $[\mathcal{L}] = EL^{-3}$. El campo espinorial $\psi(x)$ tiene dimensiones $[\psi] = L^{-3/2}$, lo que permite la conexión de este campo, en el límite no relativista, con la función de onda normalizable de una partícula, cuyo cuadrado puede integrarse en un volumen para dar la unidad. Si se usan unidades naturales, $\hbar = c = 1$ resulta

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi(x). \quad (5.6)$$

y las dimensiones resultan $[\mathcal{L}] = E^4$ y $[\psi] = E^{3/2}$.

$\psi(x)$ aniquila fermiones de espín 1/2, o crea sus anti-partículas, y $\bar{\psi}(x)$ hace lo contrario. Las matrices γ^μ , con $\mu = 0, 1, 2, 3$ son matrices 4×4 que actúan sobre las componentes de los espinores, y tienen la propiedad de que $\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)$ se comporta como un cuadvivector contravariante frente a transformaciones de Lorentz. Como el operador ∂_μ se comporta como un cuadvivector covariante, $\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x)$ es un invariante Lorentz, lo mismo que \mathcal{L} .

Bosones de espín 1 (fotones, bosones W, ciertos mesones).

El campo asociado a una partícula de espín 1, junto con su antipartícula, es un cuadvivector complejo de cuatro componentes, $W_\mu(x)$. La densidad lagrangiana para estas partículas viene dada por:

$$\mathcal{L} = -\frac{\hbar c}{2}(\partial^\mu W^\nu(x)^* - \partial^\nu W^\mu(x)^*)(\partial_\mu W_\nu(x) - \partial_\nu W_\mu(x)) - \frac{m^2 c^4}{\hbar c}W^\mu(x)^*W_\mu(x), \quad (5.7)$$

El análisis dimensional lleva a que la densidad lagrangiana tiene dimensiones de energía partido por volumen, $[\mathcal{L}] = EL^{-3}$. El campo cuadvivectorial $W_\mu(x)$ tiene dimensiones $[W_\mu] = L^{-1}$, lo cual es consistente con que, en las teorías Gauge, pueda modificarse el operador derivada ∂_μ para añadirle un término $W_\mu(x)$. Si se usan unidades naturales, resulta

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}(\partial^\mu W^\nu(x)^* - \partial^\nu W^\mu(x)^*)(\partial_\mu W_\nu(x) - \partial_\nu W_\mu(x)) - m^2 W^\mu(x)^*W_\mu(x), \quad (5.8)$$

y las dimensiones resultan $[W_\mu] = E$,

La densidad lagrangiana del campo electromagnético se obtiene poniendo $m=0$, ya que la masa del fotón es cero, y substituyendo $W_\mu^*(x) = W_\mu(x) = A_\mu(x)/\sqrt{2}$. El operador $A_\mu(x)$, por tanto, crea y aniquila fotones, y corresponde clásicamente al cuadripotencial del campo electromagnético $A_\mu(x) = (\Phi(x)/c, -\vec{A}(x))$. El operador contravariante correspondiente es $A^\mu(x) = (\Phi(x)/c, \vec{A}(x))$.

La densidad lagrangiana del campo electromagnético

$$\mathcal{L} = -1/4(\partial^\mu A^\nu(x) - \partial^\nu A^\mu(x))(\partial_\mu A_\nu(x) - \partial_\nu A_\mu(x)) \quad (5.9)$$

que, teniendo en cuenta las definiciones del campo eléctrico $\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi - d/dt\vec{A}$ y $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ da lugar a

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left(\frac{\vec{E}^2}{c^2} - \vec{B}^2 \right) \quad (5.10)$$

que corresponde a la expresión clásica de la densidad lagrangiana del campo electromagnético en el sistema internacional, si se introduce la permeabilidad magnética con el factor $\frac{1}{\mu_0}$. Este factor no altera las ecuaciones de movimiento. Teniendo en cuenta que la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética están relacionadas por $\epsilon_0\mu_0 = 1/c^2$, se obtiene para la densidad lagrangiana

$$\mathcal{L} = \frac{\epsilon_0}{2} \vec{E}^2 - \frac{1}{2\mu_0} \vec{B}^2, \quad (5.11)$$

que permite obtener las ecuaciones de Maxwell usando las ecuaciones de Euler-Lagrange. A partir de la densidad lagrangiana, se obtiene la densidad hamiltoniana que es la densidad de energía del campo electromagnético, como

$$\mathcal{H} = \frac{\epsilon_0}{2} \vec{E}^2 + \frac{1}{2\mu_0} \vec{B}^2. \quad (5.12)$$

Las interacciones: Diagramas de Feynman

Las interacciones en teoría cuántica de campos vienen descritas por términos en la densidad lagrangiana en los que aparecen productos de campos asociados a diferentes partículas, multiplicados por unas constantes, denominadas constantes de acoplo. Estos términos deben ser necesariamente invariantes frente a transformaciones de Lorentz.

Para calcular las amplitudes de probabilidad de distintos procesos en teoría cuántica de campos, se construyen los diagramas de Feynman correspondientes. En estos diagramas,

cada partícula que interviene en la reacción se representa por una línea. Cada actuación del lagrangiano de interacción corresponde a un vértice, en el que pueden crearse o aniquilarse partículas. Utilizaremos una convención en la que las partículas iniciales, que provocan la reacción, aparecen por la parte inferior del diagrama. Las partículas finales, que se producen en la reacción, salen por la parte superior del diagrama ². En el diagrama, aparecen líneas internas, que van de un vértice a otro, y que describen cómo se propaga la interacción. Estas líneas se describen con el término “partículas virtuales”, que se crean y se aniquilan durante la interacción. Cabe visualizarlas como perturbaciones temporales del campo cuántico correspondiente. Esto se ilustra en los diagramas de la figura 5.1 y siguientes.

Los fermiones se representan mediante líneas continuas con una flecha hacia arriba. Los antifermiones se representan mediante líneas continuas con una flecha hacia abajo. Los bosones se representan mediante líneas sin flecha, onduladas para los fotones, y discontinuas para el resto. En cada vértice debe haber una continuidad en el sentido de las flechas. Esto se debe a la invariancia de Lorentz del lagrangiano de interacción.

En cada vértice de un diagrama de Feynman se conserva el cuadrivector energía-momento. Para las partículas “reales”, es decir, las iniciales o las finales, se cumple la relación $m^2c^4 = E^2 - p^2c^2$. Las partículas virtuales, que representan la propagación de los campos entre vértices, tienen una energía y un momento definidos, pero no cumplen la relación anterior ³. De hecho, la magnitud $\Delta = (m^2c^4 - E^2 + p^2c^2)^{-1}$ está relacionada con el propagador de la línea interna correspondiente. El producto de las constantes de acoplo por los propagadores determinan la contribución del diagrama de Feynman.

5.3. Interacciones

5.3.1. interacción fuerte: Teoría mesónica

Describe la interacción de los hadrones (bariones y mesones) mediante procesos en los que se absorben, se emiten o se intercambian mesones. La forma de la densidad lagran-

²En la literatura también se usa la convención en la que las partículas iniciales aparecen por la izquierda y las finales salen a la derecha

³En teoría cuántica de campos, las partículas están asociadas a modos de excitación de los campos, de manera que E describe la variación temporal de los campos, y \vec{p} la variación espacial. Cuando se cumple $m^2c^4 = E^2 - p^2c^2$, la variación espacial y temporal de los campos es consistente, y se produce una “onda viajera” en el campo, que se detecta como una partícula real. Sin embargo, cuando $m^2c^4 \neq E^2 - p^2c^2$, la variación temporal y espacial del campo sólo permiten una propagación localizada del campo, que se describe como una partícula virtual

giana de interacción para bariones de espín $1/2$ con mesones de espín 0 , requerida por la invariancia de Lorentz, viene dada por

$$\mathcal{L}^f = (\hbar c) \sum_{B,M,B'} g(BM, B') \bar{\psi}_{B'}(x) \phi_M(x) \psi_B(x) \quad (5.13)$$

El factor $\hbar c$ concilia las dimensiones $[\mathcal{L}^f] = EL^{-3}$, con $[\psi] = L^{-3/2}$ y $[\phi] = L^{-1}$, y es consistente con el factor $\hbar c$ que aparece en la interacción de Yukawa. En unidades naturales, ese factor se hace uno, por lo que puede ignorarse, y las dimensiones resultan $[\mathcal{L}^f] = E^4$, con $[\psi] = E^{3/2}$ y $[\phi] = E$. $g(BM, B')$ es una constante de acoplo adimensional asociada al proceso en que se aniquila un barión B y un mesón M para crear un barión B' . Este mismo término también puede crear la antipartícula del meson, \bar{M} , crear el anti-barión \bar{B} , o aniquilar el anti-barión \bar{B}' , según lo descrito para los operadores asociados. Si consideramos que la suma sobre B, B' incluye todos los bariones (no los antibariones), y que la suma sobre M incluye todos los mesones, entre los que entran partículas y antipartículas, vemos que este término permite todos los procesos de creación y aniquilación de cualquier mesón.

Las constantes de los procesos de interacción fuerte son del orden de la unidad. La conservación de los números cuánticos aditivos hace que, si los números cuánticos de C (extrañeza, etc) no son iguales a los de B más los de M , la constante de acoplo $g(BM, B')$ se anula. La conservación del isospín implica que las constantes de acoplo de todas las partículas B, M, C pertenecientes a multipletes β, μ, β' pueden expresarse en función de una única constante $g(\beta\mu, \beta')$, genérica para el multiplete, y un coeficiente de Clebsh Gordan.

$$g(BM, B') = g(\beta\mu, \beta') \langle I_B I_{3B}, I_M I_{3M} | I_{B'} I_{3B'} \rangle. \quad (5.14)$$

Así, todas las constantes de acoplo de nucleones con piones, tales como $g(p\pi^-, n)$, $g(p\pi^0, p)$, $g(n\pi^+, p)$, etc. pueden ponerse en función de una única constante $g(N\pi, N)$ multiplicada por un coeficiente de Clebsh-Gordan.

El efecto de la interacción fuerte se describe mediante el cálculo de los diagramas de Feynman relevantes. De esta manera, puede describirse el proceso de interacción neutrón-protón mediante el intercambio de piones, la dispersión pion-nucleón, el decaimiento de las resonancias delta, la aniquilación protón-antiprotón para dar piones, y otros muchos procesos. En la figura 5.1 se presentan los diagramas de Feynmann para procesos de interacción fuerte.

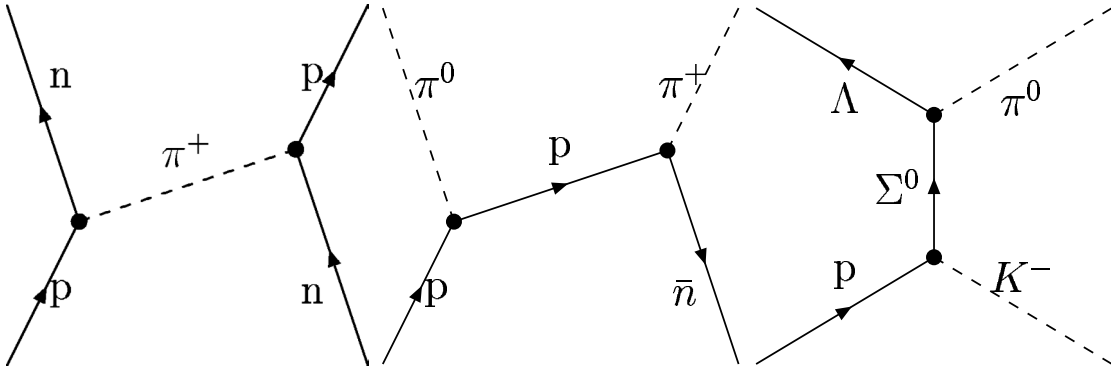


Figura 5.1: Descripción de procesos de interacción fuerte entre bariones por intercambio de un mesón, aniquilación barión antibarión con producción de mesones, e interacción barión-mesón. Nótese que las partículas iniciales aparecen por debajo del diagrama, y las finales salen por arriba. Las partículas virtuales se crean y se aniquilan en los vértices del diagrama

5.3.2. interacción electromagnética: Electrodinámica cuántica

Describe la interacción de partículas cargadas mediante la absorción, emisión o intercambio de fotones. La forma de la densidad lagrangiana puede expresarse como el producto de una corriente, por el campo electromagnético⁴.

$$\mathcal{L}^{em} = eA^\mu(x)j_\mu(x) \quad (5.15)$$

Teniendo en cuenta que la constante de estructura fina vale $\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c)$, la constante de acoplamiento e , en unidades naturales ($\hbar = c = \epsilon_0 = 1$), vale $\sqrt{4\pi/137.0359895} = 0.3028$. La corriente electromagnética es la suma de una corriente electromagnética leptónica y una corriente electromagnética hadrónica.

$$j_\mu(x) = j_\mu^{lep}(x) + j_\mu^{had}(x) \quad (5.16)$$

La forma de la corriente electromagnética leptónica viene dada por la suma de corrientes del electrón, el muon y la tau

$$j_\mu^{lep}(x) = j_\mu^{el}(x) + j_\mu^{muon}(x) + j_\mu^{tau}(x) \quad (5.17)$$

⁴Se usan unidades naturales. Para usar unidades generales, hay que introducir un factor ($\hbar c$) como en la interacción fuerte.

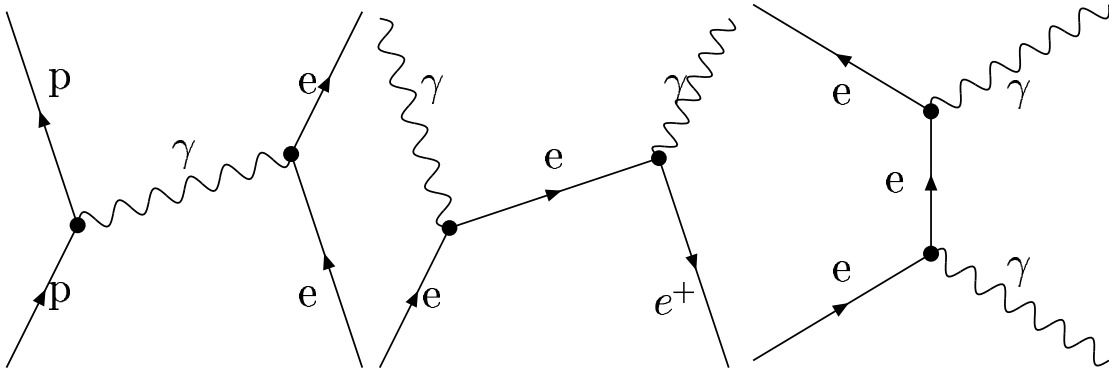


Figura 5.2: Descripción de procesos de interacción electromagnética. Interacción protón-electrón por intercambio de un fotón, aniquilación electrón positrón con producción de fotones, e interacción fotón-electrón (dispersión Compton.).

La corriente del electrón toma la forma

$$j_\mu^{el}(x) = \bar{\psi}_{el}(x)\gamma_\mu\psi_{el}(x), \quad (5.18)$$

y análogamente para el muon y la tau. La interpretación de estas expresiones es que la interacción electromagnética puede hacer que un leptón (e , μ o τ) absorba o emita un fotón para convertirse en un leptón del mismo tipo con energía y momento diferente. Igualmente, la interacción electromagnética puede aniquilar una pareja leptón-antileptón para crear un fotón, o viceversa. Los diagramas de Feynmann para procesos electromagnéticos típicos se indican en la figura 5.2.

La forma de la corriente hadrónica es más compleja. A energías bajas del fotón transferido, la corriente hadrónica solamente cambia el momento del hadrón, pero no su naturaleza. No obstante, para energías más altas, la corriente electromagnética hadrónica puede producir procesos en los que un hadrón se convierte en otro, u otros, siempre que se conserven los números cuánticos aditivos (carga, número bariónico y extrañeza). En concreto, puede describir el proceso electromagnético $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$.

5.3.3. Interacción débil: Teoría del bosón vectorial intermedio

Los procesos debidos a la interacción débil se describen mediante el intercambio de unas partículas W^+ y W^- , de masa m_W muy grande, lo cual provoca el corto alcance de la interacción. Estas partículas tienen espín uno, al igual que el fotón, y por ello se les llama bosones vectoriales. Estas partículas llevan dos campos conjugados, $W^\mu(x)$ y $(W^\mu(x))^*$

tales que $W^\mu(x)$ aniquila una partícula W^+ o crea su antipartícula W^- , mientras que $(W^\mu(x))^*$ hace lo contrario.

La forma de la densidad lagrangiana puede expresarse como el producto de una corriente débil positiva por el campo $W^\mu(x)$, más el conjugado (una corriente débil negativa por $(W^\mu(x))^*$)⁵.

$$\mathcal{L}^d = \frac{g_w}{\sqrt{2}} (W^\mu(x) j_\mu^+(x) + (W^\mu(x))^* j_\mu^-(x)) \quad (5.19)$$

Las corrientes débiles son la suma de una corriente débil leptónica y una corriente débil hadrónica.

$$j_\mu^\pm(x) = j_\mu^{\pm lep}(x) + j_\mu^{\pm had}(x) \quad (5.20)$$

Las corrientes débiles leptónicas son una suma de contribuciones de electrón, muon y tau.

$$j_\mu^{\pm lep}(x) = j_\mu^{\pm el}(x) + j_\mu^{\pm muon}(x) + j_\mu^{\pm tau}(x) \quad (5.21)$$

La corriente débil negativa del electrón puede expresarse como

$$j_\mu^{-el} = \bar{\psi}_e(x) \gamma_\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} \psi_{\nu_e}(x) \quad (5.22)$$

La corriente es un operador que aniquila un neutrino (o crea un antineutrino) y crea un electrón (o aniquila el positrón).

La corriente débil positiva del electrón puede expresarse como

$$j_\mu^{+el} = \bar{\psi}_{\nu_e}(x) \gamma_\mu \frac{1 + \gamma_5}{2} \psi_e(x) \quad (5.23)$$

La corriente es un operador que aniquila un electrón (o crea un positrón) y crea un neutrino (o aniquila el antineutrino).

De forma análoga, podrían expresarse las corrientes débiles negativas y positivas del muon y tau. Las corrientes así construídas conservan los números leptónicos. La carga eléctrica se conserva ya que sólo se consideran productos de corrientes positivas con el campo $W^\mu(x)$, que crea W^- o aniquila W^+ , o corrientes negativas con $(W^\mu(x))^*$, que hace lo contrario. Los diagramas de Feynmann de procesos electromagnéticos típicos se muestran en la figura 5.3.

El operador $\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$ determina la quiralidad. Sus autoestados son +1, correspondiente a quiralidad positiva, y -1, correspondiente a quiralidad negativa. El factor

⁵Aquí de nuevo se consideran unidades naturales. Para usar unidades arbitrarias, hay que incluir un factor $(\hbar c)$ como en la interacción fuerte.

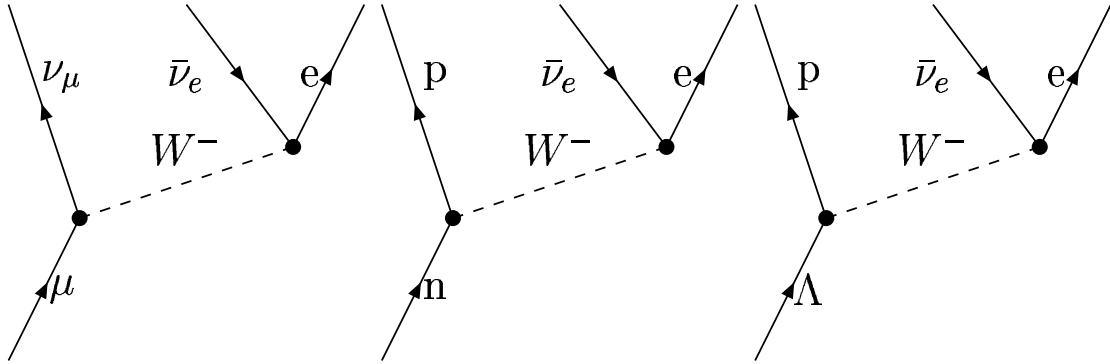


Figura 5.3: Descripción de procesos de interacción débil. Decaimiento del muon, decaimiento del neutrón y decaimiento de la partícula Lambda con cambio de extrañeza

$\frac{1-\gamma_5}{2}$ hace que sólo los leptones con quiralidad negativa sientan la interacción débil. La quiralidad está relacionada con la helicidad cuando la velocidad del fermión tiende a la de la luz. Así, fermiones con quiralidad negativa corresponden a helicidad $s = -1/2$, y antifermiones con quiralidad positiva corresponden a helicidad $s = +1/2$. Ello implica que sólo los neutrinos con helicidad negativa y los antineutrinos con helicidad positiva sientan la interacción débil y, por tanto, sólo ellos pueden producirse o detectarse en procesos débiles. La presencia del factor $\frac{1-\gamma_5}{2}$ es la responsable de que la interacción débil viole la conservación de las paridades P y C.

La corrientes hadrónicas débiles $j_\mu^{\pm had}(x)$ son operadores que pueden aniquilar unos hadrones y crear otros, conservando el número bariónico, y aumentando o disminuyendo la carga total en una unidad. Por ejemplo, la corriente hadrónica débil positiva $j_\mu^{+ had}(x)$ puede aniquilar un neutrón y crear un protón, o bien aniquilar un pion negativo, o bien crear un pion positivo. Las corrientes hadrónicas débiles pueden modificar la extrañeza, pero no de forma arbitraria. La corriente positiva $j_\mu^{+ had}(x)$ puede aumentar S en una unidad, y la corriente negativa $j_\mu^{- had}(x)$ puede disminuir S en una unidad. Por ejemplo, la corriente $j_\mu^{+ had}(x)$ puede aniquilar una Λ y crear un protón, o bien aniquilar un kaón negativo K^- , o bien crear un K^+ .

El decaimiento del neutrón, por tanto, vendría descrito por un proceso de segundo orden, en el cual primero el neutrón se convierte en un protón y una partícula virtual W^- , mediante el término del lagrangiano débil

$$\mathcal{L}^d = \frac{g_w}{\sqrt{2}} W^\mu(x) j_\mu^{+ had}(x) \quad (5.24)$$

y luego la partícula W^- se convierte en electrón y antineutrino, por el término

$$\mathcal{L}^d = \frac{g_w}{\sqrt{2}} (W^\mu(x))^* j_\mu^{-el}(x) \quad (5.25)$$

La constante G_F , en unidades naturales $\hbar = c = 1$ vale $1.1663787(6) \cdot 10^{-5} GeV^{-2}$, y es única para todos los procesos débiles. La relación de G_F con g_w viene dada por

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g_w^2}{8m_W^2}. \quad (5.26)$$

El bosón vectorial W^\pm ha sido detectado, y su masa es de $80.377(12)$ GeV. Por tanto $g_w = 0.6531 > e$. Podría decirse que la interacción débil es más “fuerte” que la electromagnética, pero se ve reducida por el hecho de que su bosón intermediario (el W^\pm) es mucho más masivo que el fotón. No obstante, en procesos que ocurren a energías altas, la interacción débil compite con la electromagnética, y los neutrinos interaccionan con la materia tanto o más que los electrones.

Problemas

1. Considerar las siguientes reacciones, que ocurren con secciones eficaces compatibles con la interacción fuerte:

$$\begin{array}{ll}
 (a) \pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0 & (b) \pi^0 + p \rightarrow \Lambda + K^+ \\
 (c) \pi^- + p \rightarrow \Sigma^0 + K^0 & (d) \pi^- + p \rightarrow \Sigma^- + K^+ \\
 (e) \pi^+ + p \rightarrow \Sigma^+ + K^+ & (f) \pi^- + p \rightarrow \Xi^- + K^0 + K^+ \\
 (g) \pi^- + p \rightarrow \Xi^0 + K^0 + K^0 & (h) \pi^+ + p \rightarrow \Xi^0 + K^+ + K^+ \\
 (i) \pi^- + p \rightarrow n + K^+ + K^- & (j) \pi^- + p \rightarrow n + K^0 + \bar{K}^0
 \end{array}$$

Obtener los diagramas de Feynman más simples para los procesos anteriores debidos a la interacción fuerte. Evaluar los valores de las constantes de acoplo de los vértices atendiendo a la conservación del isospín.

2. Considera las reacciones siguientes:

$$\begin{array}{ll}
 (a) \bar{p} + p \rightarrow \pi^+ + \pi^- & (b) p + K^- \rightarrow \Sigma^+ + \pi^- \\
 (c) p + K^- \rightarrow n + \bar{K}^0 & (d) \bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n \\
 (e) \bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + \Lambda & (f) \tau^- \rightarrow \nu_\tau + e^- + \bar{\nu}_e \\
 (g) e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-
 \end{array}$$

- (a) Indicar qué procesos ocurren por interacción fuerte, electromagnética y débil.
 (b) Obtener en cada caso el diagrama de Feynman más simple que contribuye a la reacción, identificando la partícula virtual.
3. Considera las reacciones siguientes:

$$\begin{array}{ll}
 \bar{p} + p & \rightarrow \pi^+ + \pi^- \\
 p + K^- & \rightarrow \Sigma^+ + \pi^- \\
 p + K^- & \rightarrow n + \bar{K}^0 \\
 \bar{\nu}_\mu + p & \rightarrow \mu^+ + n \\
 \bar{\nu}_e + p & \rightarrow e^+ + \Lambda \\
 e^+ + e^- & \rightarrow \mu^+ + \mu^-
 \end{array}$$

- (a) Obtener cuál es la energía cinética mínima de las partículas iniciales en el sistema centro de masas para que ocurra la reacción.

- (b) Para este caso, obtener las energías y momentos de las partículas finales.
 - (c) Considerando la conservación de energía y momento en cada vértice, obtener la energía y el momento de la partícula virtual. Obtener el valor del propagador de la partícula virtual $\Delta^2 = (E^2 - m^2c^4 - c^2p^2)^{-1}$
4. En unidades naturales, todas las magnitudes pueden expresarse dimensionalmente como una potencia de la energía, multiplicando o dividiendo por la potencia adecuada de \hbar y de c . Demostrar que $[r] = E^{-1}$, $[t] = E^{-1}$, $[m] = E$, $[p] = E$. Demostrar que la densidad lagrangiana (lagrangiano por unidad de volumen) tiene dimensiones de $[\mathcal{L}] = E^4$. Deducir que las dimensiones de los campos son $[\phi] = [A] = E$ para los campos escalares y vectoriales y $[\psi] = E^{3/2}$ para los espinores. Comprobar que las expresiones de las densidades lagrangianas que se dan en este capítulo son dimensionalmente correctas.
 5. Expresar en unidades naturales, tomando como unidad de energía el GeV, las siguientes cantidades: a) 1 fm; b) 10^{-22} s ; c) La constante de Fermi $G_F = 89.62 \cdot 10^{-6}$ MeV \cdot fm³; d) $e = 1.609 \cdot 10^{-19}$ C.
 6. Representa el diagrama de Feynman del proceso $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$, indicando los términos de la densidad lagrangiana que actúan en los vértices. ¿Cuál es la partícula virtual?
 7. Para el proceso $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda$, obtenga el diagrama de Feynman más sencillo que describe la reacción. ¿Cuál es la partícula virtual? Expresa los términos del lagrangiano de interacción que aparecen en cada vértice, considerando la conservación del isospín.

Capítulo 6

Modelo de Quarks

6.1. Los quarks u, d, s y el modelo $SU(3)_F$ para los hadrones

Los experimentos de la cámara de niebla y de aceleradores mostraron que aparecían en la naturaleza una gran variedad de hadrones. Inmediatamente, se buscó alguna forma de ordenar sus propiedades, de manera análoga a la tabla periódica de Mendeleyev. Se observó que los valores del isospín y la hipercarga de los hadrones no aparecían de manera arbitraria, sino de manera correlacionada, de forma que los hadrones (mesones y bariones) aparecían en grupos, con el mismo espín y paridad y masas similares, denominados singletes (una partícula), octetes (ocho partículas) y decupletes (diez partículas). En las figuras 6.1 y 6.2 se muestran los mesones y bariones de masa más pequeña que aparecen en la naturaleza. La teoría de grupos, en concreto el grupo $SU(3)$, podía describir la aparición de estos singletes, decupletes y octetes, si se suponía que las partículas estaban constituídas por entes más fundamentales denominados los quarks.

La hipótesis fundamental del modelo de quarks es que existe una partícula, llamada quark, con tres estados internos o “sabores”, llamados u , d y s , que generan la representación fundamental del grupo $SU(3)_F$. Estos tres estados, por tanto, son autoestados de I_3 e Y , correspondiente a los autovalores mostrados en la tabla. Por la relación de $Q = I_3 + Y/2$, se tiene que los estados u , d y s tienen carga fraccionaria.

quarks	I_3	I	Y	Q	B	S
u	1/2	1/2	1/3	2/3	1/3	0
d	-1/2	1/2	1/3	-1/3	1/3	0
s	0	0	-2/3	-1/3	1/3	-1

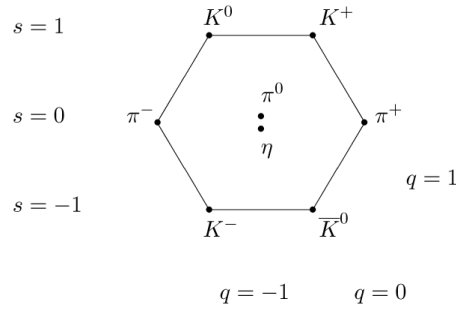


Figura 6.1: Octete de mesones, que corresponden a los mesones de masas más pequeñas que aparecen en la naturaleza con $J^\pi = 0^-$.

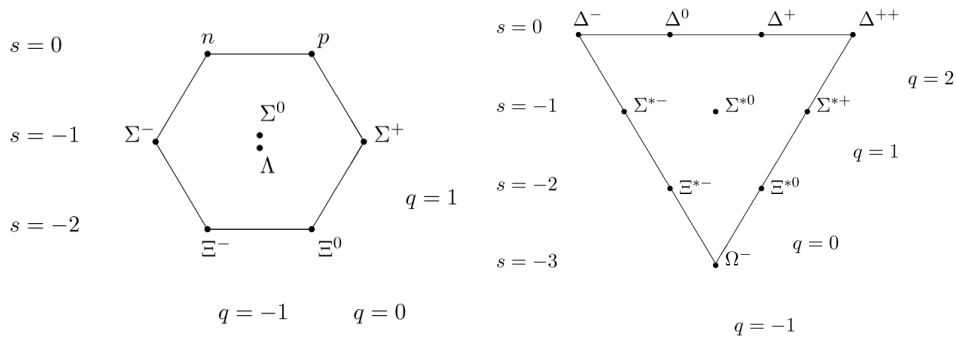


Figura 6.2: Octete y Decuplete de bariones. Corresponden a los bariones con masa más bajas que aparecen en la naturaleza con $J^\pi = 1/2^+$ y $J^\pi = 3/2^+$, respectivamente.

La antipartícula del quark, el antiquark, tiene tres estados o “sabores”, $\bar{u}, \bar{d}, \bar{s}$, cuyos números cuánticos aditivos son los opuestos a los de los estados u, d, s . En lo que sigue, se hablará de quarks u, d y s , aunque el concepto correcto es que se trata de estados o “sabores” u, d, s del quark.

En el modelo de quarks, los mesones son sistemas quark-antiquark. Por tanto, su número bariónico es 0. Los bariones están formados por tres quarks. Su número bariónico es 1. Los anti-bariones están formados por tres antiquarks. Su número bariónico es -1. La extrañeza de los hadrones se obtiene a partir del número de antiquarks \bar{s} ($S=1$) y del de quarks s ($S=-1$).

La tercera componente del isospín de los hadrones se obtiene a partir del número de quarks u ($I_3 = 1/2$), y del de quarks d ($I_3 = -1/2$), así como de los antiquarks respectivos.

El isospín de los hadrones se obtiene del acoplamiento de los isospines de los quarks u y d o de los antiquarks \bar{u}, \bar{d} que los componen.

Mesones	quarks	S	I_3	I
π^+	$u\bar{d}$	0	+1	1
π^0	$u\bar{u}, d\bar{d}$	0	0	1
π^-	$d\bar{u}$	0	-1	1
η	$u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$	0	0	0
K^+	$u\bar{s}$	+1	+1/2	1/2
K^0	$d\bar{s}$	+1	-1/2	1/2
\bar{K}^0	$s\bar{d}$	-1	+1/2	1/2
K^-	$s\bar{u}$	-1	-1/2	1/2

Bariones	quarks	S	I_3	I
p	uud	0	+1/2	1/2
n	udd	0	-1/2	1/2
Σ^+	uus	-1	+1	1
Σ^0	uds	-1	0	1
Σ^-	dds	-1	-1	1
Λ	uds	-1	0	0
Ξ^0	uss	-2	+1/2	1/2
Ξ^-	dss	-2	-1/2	1/2
Δ^{++}	uuu	0	+3/2	3/2
Δ^+	uud	0	+1/2	3/2
Δ^0	udd	0	-1/2	3/2
Δ^-	ddd	0	-3/2	3/2
Ω	sss	-3	0	0

6.1.1. Propiedades de los hadrones en el modelo de quarks

Los quarks son fermiones. Los quarks, si realmente corresponden a partículas físicas, deben ser fermiones, ya que tres de ellos forman un fermión, y una pareja quark-antiquark forma un bosón. Por tanto, para los tres quarks que forman un barión, su función de onda debe ser totalmente antisimétrica frente al intercambio de cualquier pareja de quarks. Intercambiar los quarks es equivalente a intercambiar todas sus variables. Éstas son, en principio, las variables orbitales, las de espín y las de sabor.

La función de onda de un hadrón (barión o mesón) puede caracterizarse a partir del producto de una función de onda orbital, por una función de onda de espín, por una función de onda de sabor.

El sabor: Isospín y extrañeza. La función de onda de sabor caracteriza el tipo de quarks (u, d, s) que constituyen el hadrón. La función de onda de sabor viene caracterizada por el isospín y la extrañeza del hadrón. El isospín del hadrón se obtiene acoplando los isospines de los quarks, teniendo en cuenta que el isospín de u, d, \bar{u}, \bar{d} es $I = 1/2$ y el isospín de s, \bar{s} es $I = 0$. Para los bariones formados por el mismo tipo de quarks, como el Ω^- , la función de onda de sabor es totalmente simétrica.

Función de onda orbital de los hadrones. La función de onda orbital caracteriza el movimiento de los quarks dentro del hadrón. Esta función viene descrita por un momento angular orbital L , que corresponde, en el caso de los bariones, al momento angular orbital de los 3 quarks, y en el caso de los mesones, al momento angular relativo quark-antiquark. Para los hadrones de energía más baja (que son todos los que hemos visto en las tablas) se cumple que $L = 0$ ¹. No obstante, existen resonancias que tienen valores de $L \neq 0$. La paridad del movimiento relativo, para el caso de los mesones, corresponde a $(-1)^L$. Para el caso de los bariones de energía más baja, con $L = 0$, la paridad del movimiento relativo es $+1$, y la función de onda orbital es totalmente simétrica frente al intercambio de cualquier pareja de quarks.

Espín de los hadrones. La función de onda de espín caracteriza el estado de espín de los quarks que constituyen el hadrón. Esta función viene descrita por el espín total al que se acoplan los espines de los quarks. Se considera que el espín de cada quark es

¹Esto se debe a que un estado con $L \neq 0$ está caracterizado por una función de onda orbital que varía en función de la dirección, mientras que un estado con $L = 0$ es isótropo. A priori, cabe pensar que los estados con $L \neq 0$, al tener mayor variabilidad espacial, tienen mayor energía cinética que aquellos con $L = 0$.

$s = 1/2$, por analogía con los leptones. En un mesón, el espín del quark y el del antiquark pueden acoplarse a $S = 0$ o a $S = 1$. En un barión, los tres espines de los quarks pueden acoplarse a $S = 1/2$ o a $S = 3/2$. Para el caso de $S = 3/2$, la función de onda de espín es totalmente simétrica.

Momento angular total, paridad P y paridad C. Los mesones pseudoescalares se caracterizan por tener momento angular $J = 0$ y paridad negativa. Son los piones, los kaones y los mesones neutros η y η' . La función de onda orbital y de espín de todos los mesones pseudoescalares es la misma, y viene dada en la tabla.

Los mesones vectoriales tienen $J = 1$ y paridad negativa. Son los mesones ρ , las resonancias de los kaones K^* , y los mesones neutros ω, ϕ .

Nótese que la paridad de los mesones viene dada por el producto de la paridad orbital $(-1)^L$ por la paridad intrínseca, que es -1 para un sistema fermión-antifermión. Además, los mesones totalmente neutros son sistemas quark-antiquark, que tienen una paridad-C bien definida, que viene dada por $(-1)^{L+S}$, que vale $+1$ para los mesones pseudoescalares neutros y -1 para los mesones vectoriales neutros.

Los bariones pueden que aparecen a energía más bajas ($p, n, \Sigma, \Lambda, \Xi$) forman una estructura denominada octete. Sus funciones de onda orbitales y de espín son idénticas, y vienen dadas en la tabla. Lo mismo ocurre para las partículas del decuplete ($\Delta, \Sigma^*, \Xi^*, \Omega$).

Hadrones	L	S (Espín)	J	P	C (Sólo Neutros)
Mesones Pseudoescalares	0	0	0	-1	+1
Mesones Vectoriales	0	1	1	-1	-1
Bariones del Octete	0	1/2	1/2	+1	
Bariones del Decuplete	0	3/2	3/2	+1	

6.1.2. Color de los quarks

Si consideramos las variables orbitales, de espín y de sabor, la función de onda del decuplete es totalmente simétrica. Por tanto, aparentemente, no se cumpliría el principio de Pauli.

Para resolver esta paradoja, se introduce un nuevo grado de libertad, el color. Existen tres estados de color para los quarks, llamados arbitrariamente, en español, rojo, verde y azul, r, v, a . Se exige que en los bariones, la función de onda de color debe ser totalmente antisimétrica frente al intercambio de los colores de los quarks. La función de onda de color de un barión cualquiera viene dada por

$$|\Psi_c(B)\rangle = A_{123}|rva\rangle = \sqrt{1/6}(|rva\rangle - |rav\rangle + |var\rangle - |vra\rangle + |arv\rangle - |avr\rangle) \quad (6.1)$$

Así, para caracterizar la función de onda de los quarks en los bariones, hay que especificar la función de onda orbital, de espín, de sabor y de color. Por tanto, para las permutaciones de todas las variables, la función de onda de los quarks en el decuplete es totalmente antisimétrica, y es, por tanto, consistente con el principio de Pauli.

Para el octete, ocurre que las funciones de onda de espín y de sabor se combinan para dar una función totalmente simétrica frente al intercambio simultaneo de variables de espín y de sabor. Como la función de onda orbital es simétrica y la de color es antisimétrica, la función de onda total es antisimétrica.

Los antiquarks tienen tres estados de color, que pueden denominarse, arbitrariamente, antirrojo, antiverde, antiazul, caracterizados por estados $\bar{r}, \bar{v}, \bar{a}$, que son las combinaciones antisimétricas de los colores originales. Así, $\bar{r} = \sqrt{1/2}(va - av)$, $\bar{v} = \sqrt{1/2}(ar - ra)$, $\bar{a} = \sqrt{1/2}(rv - vr)$. En el caso de los mesones, la función de onda de color viene dada por

$$|\Psi_c(M)\rangle = \sqrt{1/3}(|r\bar{r}\rangle + |v\bar{v}\rangle + |a\bar{a}\rangle) \quad (6.2)$$

6.1.3. Masas de los quarks

Los quarks no se han encontrado nunca aislados, y hay razones teóricas profundas para que esto sea así. Es lo que se denomina el confinamiento². Por ello, no puede medirse directamente la masa de los quarks.

Puede hacerse una primera estimación de la masa de los quarks considerando que la masa de un hadrón se obtiene como la suma de las masas de los quarks que los constituyen. Las masas así obtenidas incluirían el efecto de la interacción y de la energía cinética de los quarks dentro del hadrón. Se denominan **masas constituyentes**, y dependen no sólo del quark, sino del hadrón en que el quark se encuentre inmerso. Según esta estimación, la masa de los quarks u y d , para los bariones sería $m(u, d) \simeq 0.3$ GeV, y para el quark s sería $m(s) \simeq 0.5$ GeV. No obstante, para los mesones pseudoescalares la masa de los quarks u y d sería $m(u, d) \simeq 0.07$ GeV y para el quark s $m(s) \simeq 0.4$ GeV.

Las **masas corrientes** pueden obtenerse sustrayendo el efecto de la energía cinética y de la interacción entre quarks en las masas de los hadrones. Este procedimiento da un valor para la masa que es dependiente del modelo, y es tanto más impreciso cuanto menor sea la masa del quark. Así, se obtiene:

²Como hemos visto, los quarks tienen una propiedad que llamamos color. Es realmente el color lo que está confinado, y por ello, los quarks, y otras partículas con color, como son los gluones, aparecen confinados en la naturaleza.

Quarks (2010)	Carga	Masa(GeV)
u	2/3	0.0015-0.0033
d	-1/3	0.0035-0.006
s	-1/3	0.090-0.130
c	2/3	1.16-1.34
b	-1/3	4.13-4.37
t	2/3	$171.3 \pm 1.1 \pm 1.2$

6.1.4. Momento magnético

Como vimos en el caso de los leptones, el momento magnético es un criterio adecuado para considerar si una partícula es elemental. Si los quarks son realmente elementales y tienen $s = 1/2$, su momento magnético viene determinado por la ecuación de Dirac

$$\mu(q) = \langle q, + | \mu_z | q, + \rangle = Z(q) e \hbar / 2m(q) c.$$

Usaremos la notación $|q, +\rangle$ para caracterizar que tenemos un quark de tipo q con un estado de espín dado por $s = 1/2, m = 1/2$. Podemos estimar que la masa de los quarks u y d , dentro de un barión vienen dadas por $m_u = m_d \simeq m_p/3$. La masa del quark s es superior, y puede estimarse como $m_s \simeq 5/9 m_p$. En unidades del magnetón nuclear $\mu_N = e \hbar / 2m_p c$, tenemos que $\mu(u) = 2\mu_N$, $\mu(d) = -\mu_N$ y $\mu(s) = -3/5\mu_N$. A partir de estos valores, pueden calcularse los momentos magnéticos de algunos hadrones.

Quarks	Carga	Masa Constituyente	Mom. Magnetico μ
u	2/3	$1/3 m_p$	$2 \mu_N$
d	-1/3	$1/3 m_p$	$-1 \mu_N$
s	-1/3	$5/9 m_p$	$-3/5 \mu_N$

Para calcular el momento magnético de un sistema de partículas (quarks en nuestro caso), hay que considerar la contribución del momento angular orbital y del momento angular intrínseco de cada partícula. Para los bariones del octete con $J = 1/2^+$, y para los del decuplete con $J = 3/2^+$, y para los mesones pseudoescalares y vectoriales, el momento angular orbital es cero, por lo que $S = J$ y sólo hay que considerar el momento angular intrínseco de los quarks. Por tanto, el momento magnético del sistema A (barión o mesón), viene dado por:

$$\mu(A) = \langle A; J, M = J | \mu_z | A; J, M = J \rangle = \langle A; S, M = S | \sum_i \mu_z(i) | A; S, M = S \rangle, \quad (6.3)$$

donde la suma está extendida a los tres quarks, en el caso de bariones, y al quark y al antiquark en el caso de mesones. Para calcular $\mu(A)$ es necesario conocer el desarrollo de la función de onda en términos de funciones en las que los quarks u , d y s (o los anti-quarks correspondientes) tienen proyecciones definidas de su espín en torno al eje z .

Una vez efectuado este desarrollo, puede evaluarse el momento magnético ya que, para cada quark, $\langle q, +|\mu_z|q, +\rangle = \mu(q)$. Los antiquarks tienen momento magnético opuesto a los quarks, por tanto $\langle \bar{q}, +|\mu_z|\bar{q}, +\rangle = -\mu(q)$. Por otro lado, si se cambia el signo de la proyección del espín de los quarks, cambia el signo del elemento de matriz del operador μ_z : $\langle q, -|\mu_z(q)|q, -\rangle = -\mu(q)$.

Los bariones del decuplete tienen $J = 3/2^+$. Son sistemas de tres quarks con $L = 0$ y $S = 3/2$. El momento magnético viene dado por el momento angular de espín de los quarks. En el caso de la Ω^- , se tiene que la función de onda de espín-sabor viene dada por:

$$|\Omega^-; 3/2, 3/2\rangle = |s, +\rangle|s, +\rangle|s, +\rangle. \quad (6.4)$$

Por tanto,

$$\mu(\Omega^-) = \mu(s) + \mu(s) + \mu(s) = -1.8\mu_N, \quad (6.5)$$

que está en buen acuerdo con el valor experimental de $-2.02(5)\mu_N$.

En el caso del octete, los bariones tienen $S = 1/2$. Existe una correlación entre las variables de espín y las de sabor, de forma que la función de onda debe ser simétrica frente al intercambio simultáneo de las variables de espín y sabor. Para el caso del protón, ello hace que los espines de los dos quarks u , cuya función de onda de sabor es obviamente simétrica, deben acoplarse a $S_{uu} = 1$, para que la función de onda de espín sea también simétrica. Éste se acopla al momento angular del quark d para dar momento angular total $S = 1/2$. Por tanto, se tiene que la función de onda de espín-sabor es

$$|p; 1/2, 1/2\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}|uu; 1, 1\rangle|d, -\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}}|uu; 1, 0\rangle|d, +\rangle. \quad (6.6)$$

Desarrollando este estado, se tiene ³

$$|p; 1/2, 1/2\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}|u, +\rangle|u, +\rangle|d, -\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}}|u, +\rangle|u, -\rangle|d, +\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}}|u, -\rangle|u, +\rangle|d, +\rangle. \quad (6.7)$$

A partir de esto, se obtiene

$$\mu(p) = 2/3(\mu(u) + \mu(u) - \mu(d)) + 1/3(\mu_u - \mu_u + \mu_d) = 3\mu_N, \quad (6.8)$$

³Estrictamente, la función de onda de espín-sabor debiera simetrizarse con respecto a los estados de espín-sabor de los tres quarks. No obstante, la evaluación del momento magnético, como operador simétrico en los tres quarks, no requiere la simetrización explícita del estado.

en buen acuerdo con el valor experimental de $2.7928\mu_N$, dada la crudeza del modelo. El caso del neutrón se obtiene cambiando u por d, y se tiene

$$\mu(n) = 2/3(\mu(d) + \mu(d) - \mu(u)) + 1/3(\mu_d - \mu_d + \mu_u) = -2\mu_N, \quad (6.9)$$

de acuerdo con el valor experimental de $-1.9130\mu_N$. Este acuerdo fue uno de los grandes éxitos iniciales del modelo de quarks, que ayudó a que los quarks fueran aceptados por la comunidad científica como entes reales y no meras representaciones de simetrías. Los experimentos de dispersión de electrones por núcleos a alto momento transferido que se muestran más adelante fueron definitivos para corroborar la existencia real de los quarks.

Bariones	Carga	μ (M. Quarks)	μ (Exp.)
p	1	$3 \mu_N$	$2.79284734463(82) \mu_N$
n	0	$-2 \mu_N$	$-1.9130427(5) \mu_N$
Λ	0	$-0.6 \mu_N$	$-0.613(4) \mu_N$
Ω^-	-1	$-1.8 \mu_N$	$-2.02(5) \mu_N$

6.2. Quarks pesados

6.2.1. Quark c

El quark c , fue predicho teóricamente por Glashow, Iliopoulos y Maiani (1970), para explicar cómo variaba la extrañeza en los procesos débiles. Fue descubierto experimentalmente en 1974, simultáneamente en colisiones e^-e^+ en SLAC (Stanford) y en colisiones $p + Be \rightarrow e^+ + e^- + X$ en BNL (Brookhaven). A una energía del e^+e^- de 3097 MeV, aparecía una resonancia muy estrecha, cuya anchura era de 92.6(17) keV. keV, tal como se muestra en la figura 6.3. Esta anchura sólo podía deberse a una nueva partícula, llamada J/ψ (Jota-barra-Psi), cuyo decaimiento por interacción fuerte se viera muy reducido. De hecho, corresponde a un sistema $c\bar{c}$ con $J = 1^-$.

Posteriormente, se descubrieron otras partículas con el quark c : los mesones $D^+(c\bar{d})$ y $D^-(d\bar{c})$, de masa 1869.4 MeV, y $D^0(c\bar{u})$ y $\bar{D}^0(u\bar{c})$, de masa 1864.6 MeV, y el barión $\Lambda_c^+(udc)$, de masa 2285.1 MeV, que decaen por interacción débil, y muchas otras partículas.

La propiedad que tienen las partículas con el quark “c” se llama “charm” o “encanto”. El encanto, como la extrañeza, se conservan en las interacciones fuerte y electromagnética, y sólo se violan por la interacción débil.

Hadrones con encanto	Masa (MeV)	Composición
J/Ψ	3096.900(6)	$c\bar{c}$
D^+	1869.66(5)	$c\bar{d}$
D^-	1869.66(5)	$d\bar{c}$
D^0	1864.84(5)	$c\bar{u}$
\bar{D}^0	1864.84(5)	$u\bar{c}$
Λ_c^+	2286.46(14)	cdu

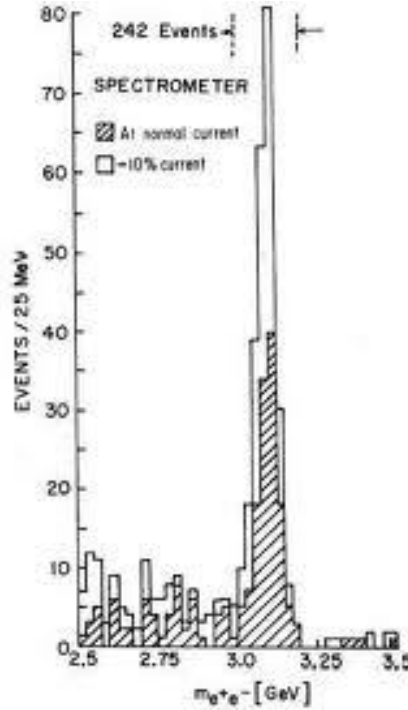


Figura 6.3: Descubrimiento del quark c (partícula J/Ψ).

6.2.2. Quark b

El quark b no resultó inesperado, ya que previamente, en 1975, se había descubierto el leptón τ . Por tanto, si había tres familias de leptones, no era raro que hubiera tres familias de quarks. Su descubrimiento se hizo en 1977 al encontrar resonancias en las colisiones $p + Be, Cu, Pt \rightarrow \mu^+ + \mu^- + X$ en Fermilab (Chicago), posteriormente confirmadas en experimentos e^+e^- en Doris (Hamburgo). Estas resonancias se debían a una partícula Υ

(Ípsilon), de masa 9.46 GeV y anchura 54.0(12) keV, que ve muy reducida su posibilidad de decaimiento por la interacción fuerte. De hecho, corresponde a un sistema $b\bar{b}$ con $J = 1^-$. Esta partícula, junto con otros mesones, aparecen como resonancias en la producción de dimuones $\mu^+\mu^-$ (Figura 6.4).

Posteriormente, se descubrieron otras partículas con el quark b: los mesones $B^+(u\bar{b})$ y $B^-(b\bar{u})$, de masa 5278.4 MeV, y $B^0(d\bar{b})$ y $\bar{B}^0(b\bar{d})$, de masa 5279.0 MeV, y el barión $\Lambda_b^0(udb)$, de masa 5641 MeV, que decaen por interacción débil, y muchas otras partículas.

La propiedad que tienen las partículas con el quark “b” se llama “bottom” (fondo), o, más poéticamente, “beauty”(belleza). La belleza, como el encanto y la extrañeza, se conservan en las interacciones fuerte y electromagnética, y sólo se violan por la interacción débil.

Hadrones con belleza	Masa (MeV)	Composición
Υ	9460.40(10)	$b\bar{b}$
B^+	5279.34(12)	$u\bar{b}$
B^-	5279.34(12)	$b\bar{u}$
B^0	5279.66(12)	$d\bar{b}$
\bar{B}^0	5279.66(12)	$b\bar{d}$
Λ_b^0	5619.69(17)	bdu

6.2.3. Quark t

El quark t ha sido descubierto en 1995 en FermiLab (EEUU), en procesos de colisión $p\bar{p}$. No se observó directamente como una resonancia, ya que el quark t tienen una vida tan corta, que no forma hadrones con otros quarks. El quark t decae rápidamente en un quark b y una partícula W^+ . Lo que ha observado son ciertos eventos que generaban chorros de partículas que se considera que están originadas por el quark t , tal como se muestra en la figura 6.5 A partir de estos chorros de partículas, se deduce que la masa del quark t es 172.69(30) GeV (2023).

6.3. Las interacciones descritas en el modelo de quarks

Una vez que los hadrones se describen como sistemas de tres quarks, o de un quark y un antiquark, las interacciones en las que intervienen hadrones deben ser descritas en términos de interacciones entre los quarks que los constituyen. En esta sección describiremos de forma cualitativa las interacciones entre los quarks.

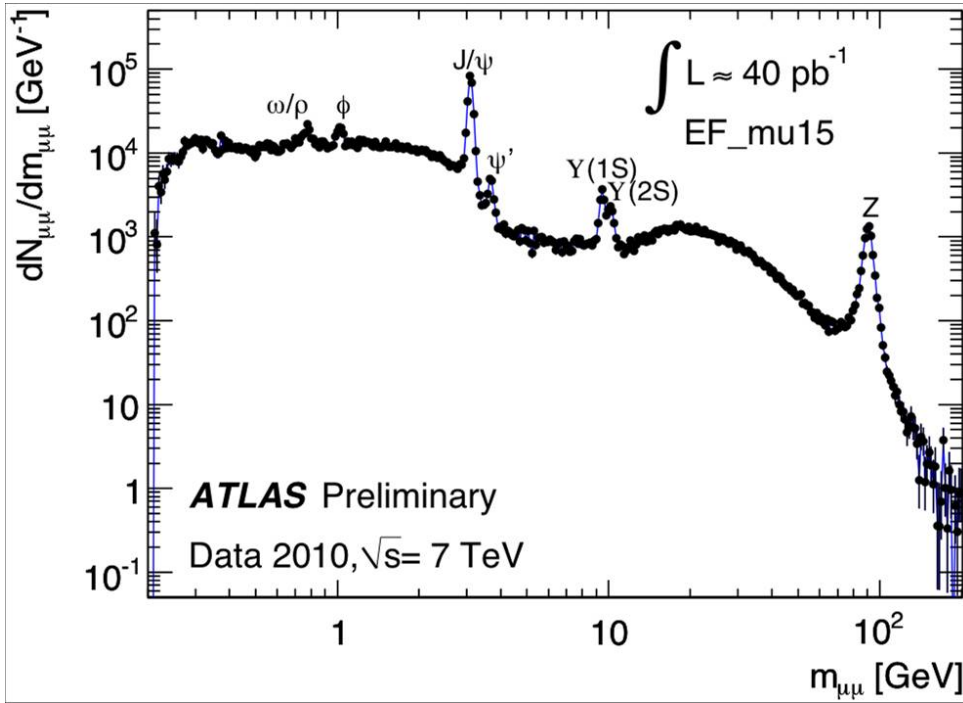


Figura 6.4: Experimentos recientes (ATLAS, LHC, CERN, 2010) muestran los mesones neutros con espín 1: Los mesones ω y ρ , compuestos de $(u\bar{u})$ y $(d\bar{d})$, el mesón ϕ , compuesto por $(s\bar{s})$, el mesón J/ψ , compuesto por $(c\bar{c})$, y el mesón Υ , compuesto por $(b\bar{b})$. También aparece el bosón Z^0 .

6.3.1. Interacción fuerte

La interacción fuerte entre hadrones se describe mediante procesos en los que intervienen mesones, bien cuando se producen o absorben, o bien cuando aparecen como partículas virtuales. Como tanto los mesones como los bariones están compuestos de quarks, los procesos de interacción fuerte pueden ser descritos como procesos en los que los hadrones interactuantes intercambian quarks, o en los que se crean o aniquilan parejas quark-antiquark. Un ejemplo se indica en la figura 6.6.

La interacción fuerte entre los hadrones es un reflejo, o un residuo, de las interacciones que existen entre los quarks. La relación que existe entre la interacción fuerte entre hadrones y la interacción entre los quarks que los componen es similar a la relación que existe entre la interacción de Van der Waals entre átomos neutros y la interacción electromagnética entre los electrones y los núcleos que los componen. Los átomos neutros

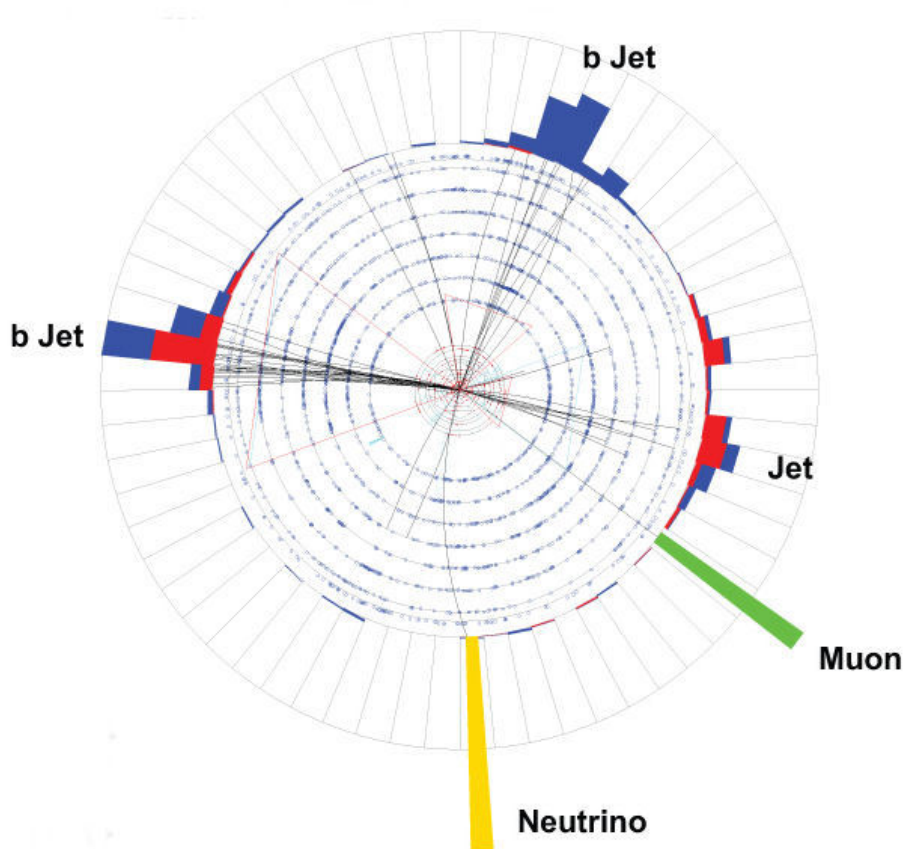


Figura 6.5: Uno de los sucesos candidatos a quark top.

están formados de electrones y núcleos. La interacción electromagnética liga fuertemente a los electrones y al núcleo formando un átomo neutro. En principio, no existe interacción electromagnética entre dos átomos neutros. No obstante, hay efectos de polarización que provocan la interacción entre átomos, como un residuo de la interacción electromagnética.

Algo análogo ocurre para los hadrones. Los quarks que forman los hadrones están fuertemente ligados entre sí, y constituyen sistemas sin color. En principio, dos hadrones no interaccionarían entre sí mediante las interacciones propias de los quarks, ya que son neutros en color. No obstante, existen efectos de distorsión o polarización que pueden producir la creación o aniquilación de mesones (parejas quark-antiquark), que dan lugar a la interacción fuerte.

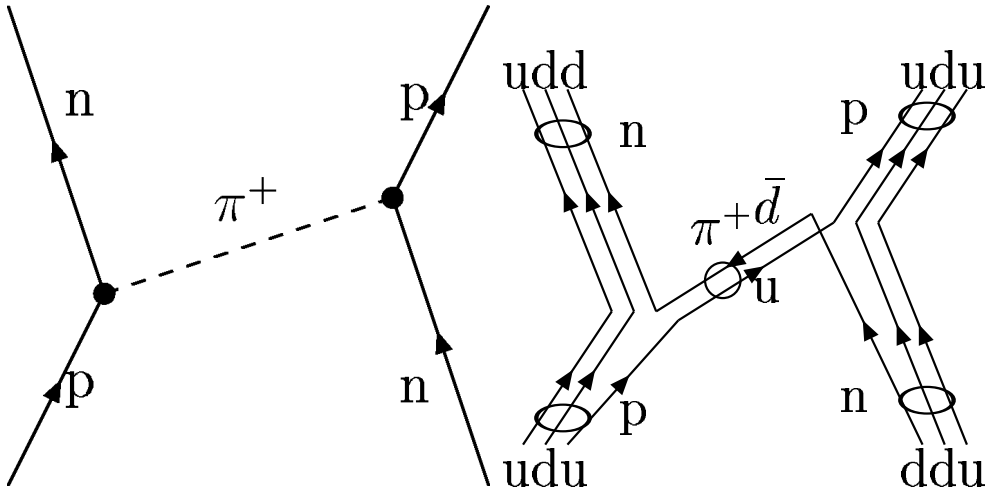


Figura 6.6: Descripción de la interacción fuerte en términos de quarks.

Interacción de color.

Los quarks interactúan entre ellos como resultado de su carga de color. De la misma forma que la interacción electromagnética está asociada a la carga eléctrica, la interacción entre quarks está asociada a su color.

En la interacción electromagnética, cargas del mismo signo se repelen mientras que las cargas de distinto signo se atraen. En la interacción de color, las combinaciones de quarks simétricas frente al intercambio de colores se repelen, mientras que las combinaciones antisimétricas se atraen. Ello hace que los hadrones sean siempre combinaciones antisimétricas de colores.

Sistema	Estado de color	Interacción
$q - q$	$(rv\rangle - vr\rangle)/\sqrt{2}$	Atractiva
$q - q$	$(rv\rangle + vr\rangle)/\sqrt{2}$	Repulsiva
$q - \bar{q}$	$(r\bar{r}\rangle + v\bar{v}\rangle + a\bar{a}\rangle)/\sqrt{3}$	Atractiva
$q - \bar{q}$	$ r\bar{v}\rangle$	Repulsiva
$q - q - q$	$A_{123} rva\rangle$	Atractiva
$q - q - q$	$(rva\rangle + rav\rangle)/\sqrt{2}$	Repulsiva

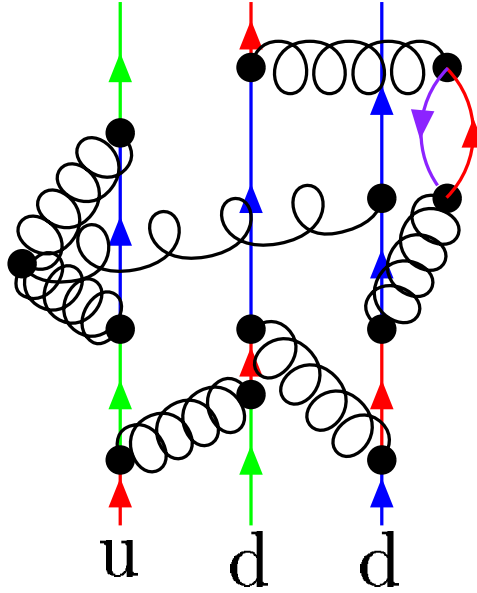


Figura 6.7: Descripción de un neutrón en términos de quarks y gluones. Se representan los colores posibles de los quarks, no así los de los gluones, que también serían coloreados.

Gluones

La interacción de color se debe al intercambio de ocho partículas, denominadas gluones. Los gluones pueden ser absorbidos o emitidos por cualquier partícula que tenga la propiedad del color. Ello incluye los quarks, los antiquarks y los propios gluones. Cuando un quark absorbe o emite un gluon, puede modificar su color. En la figura 6.7 se hace una presentación esquemática que indica cómo, en un protón, los quarks modifican sus colores mediante el intercambio de gluones, aunque en todo momento, el estado de color de los quarks y los gluones que constituyen el protón corresponde al estado singlete de color. No obstante, los gluones no modifican el sabor de los quarks.

Los gluones tienen carga de color, por lo que interactúan entre sí, y producen que la interacción aumente con la distancia entre quarks. Esto provoca el confinamiento de los quarks, que deben aparecer siempre como bariones o como mesones.

Hay 8 gluones, que corresponden a los posibles estados color-anticolor, excluyendo la combinación “singlete” o “incolores” $(|r\bar{r}\rangle + |v\bar{v}\rangle + |a\bar{a}\rangle)/\sqrt{3}$, que describe el estado de color de los mesones. Así, los ocho gluones tienen los siguientes estados de color:

$$|r\bar{v}\rangle, |r\bar{a}\rangle, |v\bar{a}\rangle, |v\bar{r}\rangle, |a\bar{r}\rangle, |a\bar{v}\rangle, \frac{|r\bar{r}\rangle - |v\bar{v}\rangle}{\sqrt{2}}, \frac{|r\bar{r}\rangle + |v\bar{v}\rangle - 2|a\bar{a}\rangle}{\sqrt{6}} \quad (6.10)$$

Así, cuando un quark en el estado $|q; r\rangle$ absorbe un gluon en el estado $|g; v\bar{r}\rangle$, se produce un quark en el estado $|q; v\rangle$. Los gluones, además de cambiar el estado de color de los quarks, pueden generar parejas quark-antiquark. Por ejemplo, un gluón en el estado $|g; v\bar{r}\rangle$, puede dar lugar a un quark $|q; v\rangle$ y a un antiquark $|\bar{q}; \bar{r}\rangle$. No obstante, el estado de color del sistema quarks-gluones siempre se conserva.

6.3.2. Interacción electromagnética.

La interacción electromagnética entre quarks es básicamente igual a la interacción electromagnética entre hadrones, en la que simplemente hay que considerar el valor fraccionario de la carga de los quarks. En la figura 6.8 se muestra cómo la interacción electromagnética de un protón con un electrón puede describirse como una suma de las interacciones electromagnéticas de cada uno de los quarks con el electrón. Cada quark o antiquark puede acoplarse al campo electromagnético, con una intensidad de acoplamiento que depende de la carga del quark. Así, la corriente electromagnética hadrónica puede expresarse como una suma de las contribuciones de las corrientes de los diferentes quarks $j = (u, d, s, c, b, t)$, que llevan asociadas sus cargas correspondientes $q(j)$.

$$j_\mu^{had} = \sum_j q(j) \bar{\psi}_j(x) \gamma_\mu \psi_j(x) \quad (6.11)$$

La contribución al diagrama de Feynman de cualquier proceso electromagnético en el que intervinieran hadrones puede evaluarse sumando las amplitudes en las que el fotón es absorbido o emitido por cada uno de los quarks que forman el hadrón. Para ello, habría que conocer la descripción de los hadrones en términos de quarks. El modelo de quarks permite, en principio, calcular el decaimiento de $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ como un proceso de aniquilación quark-antiquark, o el decaimiento de $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$ como una transición en la que los espines de los quarks u y d pasan de estar acoplados a $S = 1$ en la Σ^0 a estar acoplados a $S = 0$ en la Λ .

6.3.3. Interacción débil. Ángulo de Cabibbo. Matriz CKM.

Los procesos de interacción débil pueden describirse en el modelo de quarks mediante diagramas de Feynmann en los que los quarks cambian su sabor, absorbiendo o emitiendo los bosones W^\pm . El diagrama relevante se representa en la figura 6.9.

Existen procesos débiles en los que no cambia la extrañeza de los hadrones, y procesos débiles con cambio de extrañeza.

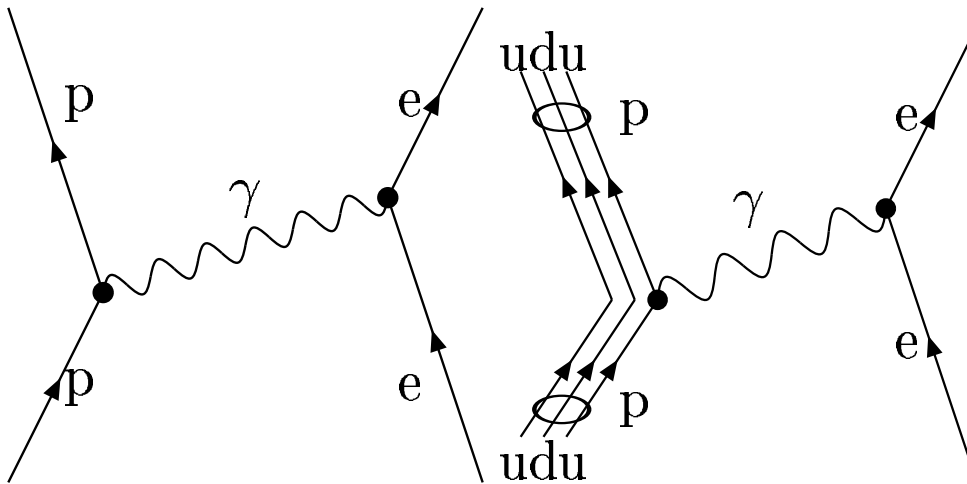


Figura 6.8: Interacción electromagnética entre un protón y un electrón, descrita en términos de las interacciones de los quarks. Solamente se representa la contribución de uno de los quarks.

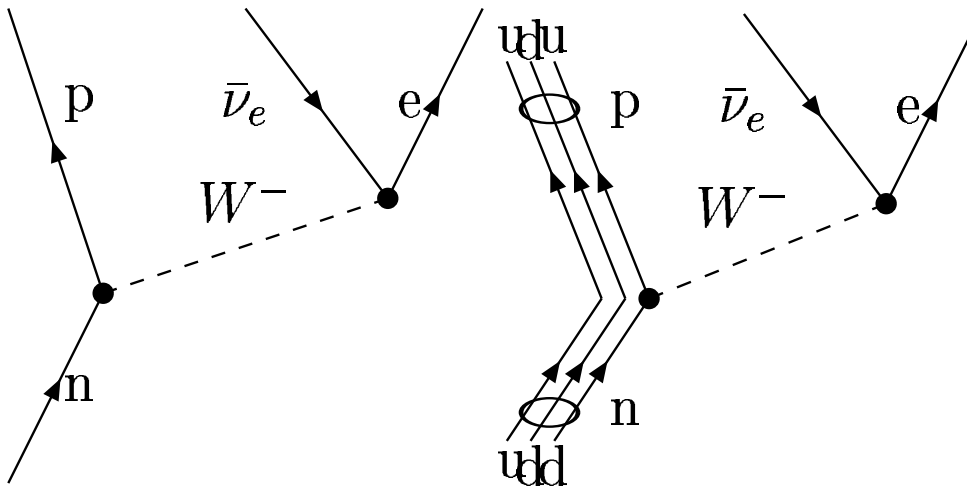


Figura 6.9: Interacción débil descrita en términos de hadrones y leptones, y en términos de quarks y leptones. Sólo se considera el efecto de uno de los quarks.

Los procesos débiles sin cambio de extrañeza pueden describirse mediante una corriente que aniquila un quark d y crea un quark u :

$$j_\mu^{+had}(\Delta S = 0) = \cos(\theta_c) \bar{\psi}_u(x) \gamma_\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} \psi_d(x) \quad (6.12)$$

Los procesos débiles con cambio de extrañeza pueden describirse mediante una corriente que aniquila un quark s y crea un quark u :

$$j_\mu^{+had}(\Delta S = 1) = \sin(\theta_c) \bar{\psi}_u(x) \gamma_\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} \psi_s(x) \quad (6.13)$$

Estas expresiones son idénticas a las de las corrientes débiles de los leptones, salvo por los factores $\cos(\theta_c)$, cuando no cambia la extrañeza y $\sin(\theta_c)$ cuando sí cambia. θ_c es el ángulo de Cabibbo.

Es útil describir los procesos débiles como procesos en los que puede cambiar el sabor de los quarks. Como describimos previamente, un quark ligero puede tener tres estados de sabor, que describimos como $|u\rangle$, $|d\rangle$, $|s\rangle$. La interacción débil conecta el estado $|u\rangle$, de carga $2/3$, con una combinación de los estados $|d\rangle$, $|s\rangle$, de carga $-1/3$, dada por $\cos(\theta_c)|d\rangle + \sin(\theta_c)|s\rangle$. Glashow, Iliopoulos y Maiani dedujeron que debería existir otro estado, $|c\rangle$, de carga $2/3$ que se conectara con la combinación ortogonal $-\sin(\theta_c)|d\rangle + \cos(\theta_c)|s\rangle$. Esto llevó a la predicción del quark c .

Los procesos de interacción débil conectan los quarks ligeros con los quarks pesados c , b y t . Para describir este acoplamiento, se definen unos estados $|d'\rangle$, $|s'\rangle$, $|b'\rangle$, de carga $-1/3$, que estarían acoplados exclusivamente con los estados de sabor $|u\rangle$, $|c\rangle$, $|t\rangle$, de carga $2/3$. Estos estados son una combinación de los estados de sabor $|d\rangle$, $|s\rangle$, $|b\rangle$, dadas por una matriz 3×3 , llamada matriz CKM (Cabibbo-Kobayashi-Maskawa),

$$\begin{aligned} |d'\rangle &= V_{ud}|d\rangle + V_{us}|s\rangle + V_{ub}|b\rangle \\ |s'\rangle &= V_{cd}|d\rangle + V_{cs}|s\rangle + V_{cb}|b\rangle \\ |b'\rangle &= V_{td}|d\rangle + V_{ts}|s\rangle + V_{tb}|b\rangle \end{aligned} \quad (6.14)$$

Los términos diagonales de la matriz CKM son dominantes. Ello implica que la interacción débil conecta principalmente al quark u con el d , al quark c con el s y al quark t con el b . No obstante, existen términos no diagonales, que son responsables de que los quarks vayan decayendo para acabar en quarks u y d , que son los componentes de la materia ordinaria.

La matriz CKM es unitaria, y puede expresarse en términos de cuatro parámetros. Uno de estos parámetros es el ángulo de Cabibbo, que vale $\sin \theta_C = 0.2252(9) = V_{us}$

La interacción débil queda totalmente determinada por el valor de la constante de acoplo de la interacción débil g_w , la masa de los bosones W^\pm , y los cuatro parámetros que determinan la matriz CKM.

6.4. Evidencias experimentales de los quarks

Los quarks no se han detectado nunca aislados, y ello está relacionado con el hecho de que el color, bien sea de quarks o de gluones, debe aparecer siempre en el estado llamado singlete. Es el llamado “confinamiento”. En el caso de bariones, compuestos de tres quarks, el estado singlete se obtiene mediante una combinación totalmente antisimétrica. En el caso de los mesones, compuestos de un quark y un antiquark, el estado se obtiene con la combinación de colores descrita anteriormente. No obstante, existen evidencias experimentales indirectas, basadas en colisiones de leptones a alta energía, que avalan la existencia de los quarks.

6.4.1. Experimentos de análisis

Son experimentos en los que se dispersa una partícula muy energética con energía E , típicamente un electrón, por un protón o un neutrón. Se observa el electrón saliente con energía $E' < E$, y a partir de éste se infiere la energía y el momento que se ha transferido al nucleón. Este proceso se analiza considerando que el nucleón está compuesto por una serie de fragmentos (partones) que interactúan individualmente con el electrón. El objetivo del análisis es obtener las propiedades de estos partones, y su distribución de momentos dentro del nucleón.

Los experimentos de dispersión de electrones indican que los partones que constituyen los protones y neutrones son partículas elementales, sin estructura interna, y tienen espín $1/2$.

Los experimentos de dispersión de electrones no son capaces de determinar si el partón corresponde a un quark o a un antiquark, ya que las secciones eficaces dependen del cuadrado de la carga eléctrica. No obstante, la dispersión de neutrinos para dar leptones sí permite esa diferenciación, ya que, por ejemplo, puede ocurrir $\nu_\mu d \rightarrow \mu^- u$ pero no $\nu_\mu \bar{d} \rightarrow \mu^- \bar{u}$. Del análisis de estos experimentos se encuentra que para valores del momento pequeños, existen en los nucleones una fracción importante de antiquarks, pero para valores del momento grandes predominan los quarks. Puede evaluarse una regla de suma, que corresponde a la integral para todos los valores del momento, que indica que el número de quarks menos el número de antiquarks es consistente con 3

Por otro lado, si se integra el valor del momento de todos los partones, no se obtiene el momento total del nucleón. Ello lleva a considerar que existen componentes en el nucleón que no interaccionan con los electrones o los neutrinos, pero que contribuyen al momento total. Estos son precisamente los gluones que son las partículas intermediarias de la interacción fuerte, pero que no tienen carga eléctrica ni débil.

La conclusión de los experimentos de análisis es que, dentro del protón y del neutrón, hay partículas elementales que se comportan como los quarks, partículas elementales que se comportan como antiquarks, y debe haber otras partículas, que no interaccionan con electrones y neutrinos, pero que contribuyen al momento total del nucleón. El número de quarks menos el número de antiquarks es 3. Así que hay 3 quarks “de valencia”, un número variable de parejas quark-antiquark, y gluones.

6.4.2. Experimentos de síntesis

En la colisión de un electrón y un positrón a alta energía, se producen muchas partículas. No obstante, podemos separar los sucesos en los que se producen leptones, como $\mu^+\mu^-$, y los procesos en los que se producen hadrones. En ambos casos, e^+ y e^- se aniquilan para producir un fotón virtual. Este fotón puede producir $\mu^+\mu^-$, o bien producir $q\bar{q}$, en cuyo caso se observarán hadrones. El cociente R entre la probabilidad de producir hadrones y la probabilidad de producir $\mu^-\mu^+$ es igual a la suma de los cuadrados de las cargas eléctricas de los quarks que pueden producirse (supuesto que se ignoran las correcciones que provienen de la interacción fuerte entre quark y antiquark, y el efecto de la diferencia de masa entre hadrones y muones).

$$R = \frac{\sigma(e^-e^+ \rightarrow \text{hadrones})}{\sigma(e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+)} \simeq \sum_j q(j)^2 \quad (6.15)$$

Así, para energías superiores a 10 GeV, pueden producirse parejas quark-antiquark de los quarks u,d,s,c,b. Además, hay que considerar que existen tres tipos de colores para cada quark, con lo que $R=11/3$. La figura 6.10 muestra el acuerdo del valor experimental de R con la estimación del modelo de quarks.

Los procesos descritos anteriormente se basan en el análisis de las secciones eficaces totales de distintas colisiones. No obstante, las propiedades de los quarks pueden estudiarse en mayor detalle ya que, en los procesos de colisión a altas energías, se producen chorros de partículas que se mueven en la misma dirección. Estos chorros de partículas provienen de un proceso elemental en el que se producen quarks (o gluones) a energías altas. El momento total de las partículas del chorro está relacionado con el momento que tenía

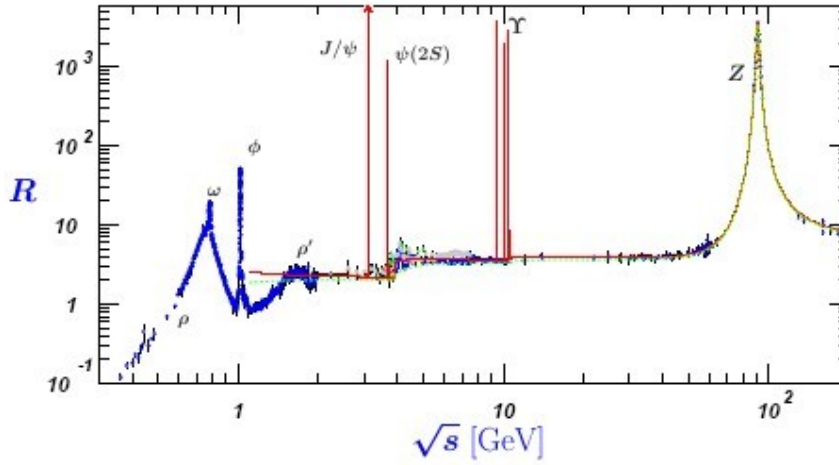


Figura 6.10: Relación R en función de la energía. Se puede observar cómo, una vez traspasados los umbrales de energía para la formación de las diferentes parejas quark-antiquark, el valor de R es consistente con la suma de las cargas de los quarks al cuadrado.

originalmente el quark. Los procesos más importantes son los de dos jets, en los que se considera que se ha producido una pareja $q\bar{q}$, y los de tres *jets*, en los que se produce además un gluon. Las correlaciones angulares en estos sucesos de tres *jets* confirman que el espín del gluon es 1. En la figura 6.11 se muestra un suceso de tres jets.

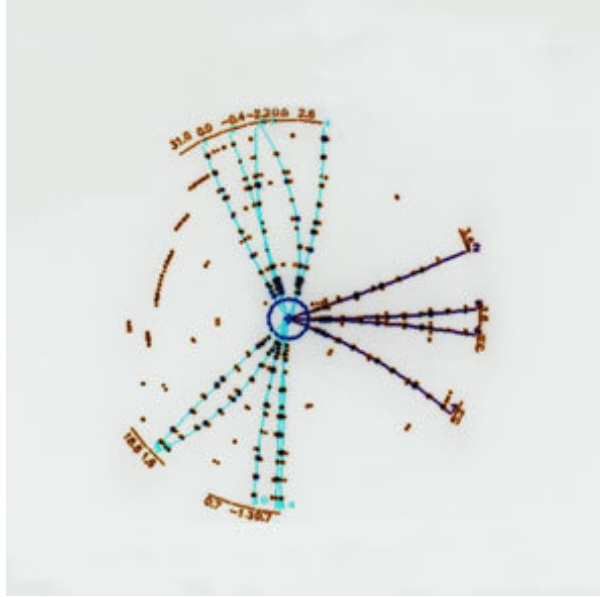


Figura 6.11: Suceso de 3 *jets* en una colisión ee^+ , medido en el anillo de almacenamiento PETRA, del laboratorio DESY, Hamburgo en 1979. Se considera una evidencia directa de la producción de una pareja quark-antiquark y un gluon.

Problemas

1. Considera un modelo en el que la masa de los bariones p , n y Λ se expresa como suma de las masas de los quarks constituyentes.
 - a) Obtener las masas constituyentes de los quarks u , d y s .
 - b) Obtener las masas del resto de los bariones del octete como suma de las masas de los quarks que los componen. Σ^+ , Σ^0 , Σ^- , Ξ^- , Ξ^0 . Comparar con los valores experimentales.
2. Considera un modelo en el que la masa de los mesones K^+ , K^0 y π^+ se expresa como suma de las masas de los quarks y antiquarks constituyentes.
 - a) Obtener las masas constituyentes de los quarks u , d y s .
 - b) Obtener la masa del resto de los mesones pseudoescalares K^- , \bar{K}^0 , π^- , π^0 , η , η' , considerando que la masa de los anti-quarks deben ser las mismas que las de los quarks. Comparar con los valores experimentales.

3. Teniendo en cuenta que un protón tiene un radio cuadrático medio de 0.8 fm, estimar el valor del cuadrado del momento lineal de los quarks dentro de los bariones. Considerando que los valores obtenidos en 1a) para las masas de los quarks corresponden a la energía total de los quarks, obtener qué energía tendrían si estuvieran en reposo. Obtener la energía cinética de los quarks en los bariones. Discutir la validez de la aproximación no relativista en un modelo de quarks.
4. Obtener el valor del momento magnético de la partícula Λ . Nota: Los quarks u y d en la Λ se acoplan a isospín cero, por lo que su función de onda de sabor es antisimétrica. Por tanto, los quarks u y d se acoplan a espín 0.
5. Explicar, utilizando el modelo de quarks, cuál es el momento angular orbital y el espín al que se acoplan los quarks que forman los mesones pseudoescalares $J = 0, P = -1$ y los vectoriales $J = 1, P = -1$. Deducir el valor que tiene la paridad C de los mesones pseudoescalares neutros π^0, η, η' y la de los mesones vectoriales neutros ρ^0, ω, ϕ .
6. Explicar, en el modelo de quarks, por qué la interacción débil, en primer orden, solamente produce procesos en los que la extrañeza cambia en una unidad. Explicar por qué cuando $\Delta S = \pm 1$, el isospín cambia en $\Delta I = \pm 1/2$ mientras que si $\Delta S = 0$, $\Delta I = \pm 1, 0$.
7. Describe cómo es la función de onda de sabor de la Δ^+ en el modelo de quarks. Explica cuál es la diferencia entre esta función de onda y la del protón.
8. Describe cómo se comporta la función de onda orbital, de espín y de sabor de la Δ^- frente al intercambio de los quarks. Justifica en este caso la necesidad de introducir el color.
9. Describe el π^+ en el modelo de quarks. ¿Cómo se describe en este modelo que el isospín sea $I = 1, I_3 = +1$, momento angular del pión sea $J = 0$ y la paridad-P sea negativa?
10. Expresa el diagrama de Feynman que describe el decaimiento del $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$, en el modelo de quarks. Expresa el término de la densidad lagrangiana de interacción que actúa en cada vértice.
11. Para el proceso $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda$, describe las partículas participantes en términos de quarks. Expresa el diagrama de Feynman que describe la reacción en términos de quarks.

12. Si describimos las $\bar{p} + n \rightarrow \pi^- + \pi^0$ en términos de quarks, ¿cómo serán los diagramas de Feynman relevantes para estos procesos?

Capítulo 7

El paradigma de la física actual: Modelo Estándar (~ 1975)

El desarrollo de la física de partículas, especialmente en la segunda mitad del siglo XX, ha llevado a la formulación de un paradigma para explicar las propiedades fundamentales de la naturaleza.

El modelo estándar se considera un “modelo” y no una “teoría” ya que tiene un número relativamente alto de parámetros que deben determinarse a partir de la experiencia. Estos son: Las masas de los leptones cargados y de los quarks (9). Las constantes de acoplo de la teoría electrodébil y la cromodinámica cuántica (3). Los parámetros de la matriz CKM (4). La masa del bosón vectorial W^\pm y la masa del bosón de Higgs (2).

Los ingredientes fundamentales del modelo estándar como paradigma actual de la naturaleza son los siguientes:

7.1. Partículas: Quarks y Leptones

Los constituyentes fundamentales de la naturaleza son fermiones con $J = 1/2$. Estos se dividen en leptones y quarks.

Los leptones aparecen en tres generaciones: $e - \nu_e$, $\mu - \nu_\mu$ y $\tau - \nu_\tau$. La interacción electro-débil conecta las partículas de cada generación. La interacción de color no actúa entre estas partículas. En cada generación, hay una partícula de carga -1, con masa no nula, y una de carga 0 y masa muy pequeña.

Los quarks aparecen también en tres generaciones: $u - d$, $c - s$, $t - b$. En cada generación hay una partícula de carga $2/3$ y una de carga $-1/3$, con masas no nulas. Cada

partícula puede aparecer en tres colores. La interacción de color actúa entre las partículas, dependiendo del color. La interacción débil conecta principalmente partículas de la misma generación, aunque también puede mezclar distintas generaciones, a través de la matriz CKM.

Los quarks no aparecen aislados en la naturaleza. Solamente aparecen sistemas de quarks que sean incoloros, es decir, invariantes frente a transformaciones del grupo $SU(3)_c$. Estos sistemas son los bariones, compuestos de tres quarks, y los mesones, compuestos de un quark y un antiquark.

7.2. Marco teórico: Teorías Gauge Locales

El marco teórico del modelo estándar es el de las teorías gauge locales. Las teorías gauge locales son una clase especial de teoría cuántica de campos en las que la interacción surge naturalmente a partir de las propiedades de simetría de los sistemas sin interacción. En este sentido, la teoría clásica del electromagnetismo y la teoría general de la gravitación son teorías gauge locales, aunque clásicas. La Electrodinámica Cuántica fue la primera teoría cuántica de campos que se obtuvo como una teoría gauge local. Posteriormente, se obtuvo la Cromodinámica Cuántica y la Teoría Electro débil. Las teorías gauge locales son renormalizables. No obstante, su mayor atractivo viene de que son conceptualmente muy simples, pues provienen del concepto de que las transformaciones de simetría tienen sentido cuando se realizan localmente, y no en todo el espacio. Al mismo tiempo, son capaces de desarrollar una gran riqueza de fenómenos, en pleno acuerdo con la experiencia.

7.2.1. La electrodinámica cuántica como ejemplo de teoría gauge

La electrodinámica cuántica (QED) es la teoría gauge más simple. Puede derivarse a partir del hecho de que hay una cantidad conservada, descrita por un número cuántico entero, que podemos llamar “carga”, q . Este número entero, es el autovalor de un operador Q . De esta forma, los autoestados del operador Q vienen caracterizados por estados cuánticos $|f, q\rangle$ tales que $Q|f, q\rangle = q|f, q\rangle$

Transformaciones gauge. El grupo $U(1)$

A partir de este hecho, podemos definir una transformación gauge $T(\Lambda)$, por la que a cada partícula o sistema con carga, caracterizado por un estado $|f, q\rangle$, se ve modificado por una fase:

$$|f, q\rangle \rightsquigarrow T(\Lambda)|f, q\rangle = e^{-iq\Lambda}|f, q\rangle. \quad (7.1)$$

En términos de operadores, los operadores $T(\Lambda)$ que describen las transformaciones gauge se pueden expresar en términos del operador Q , de forma que $T(\Lambda) = e^{-iQ\Lambda}$. Esta definición permite obtener la acción de los operadores $T(\Lambda)$ sobre cualquier estado del espacio de Hilbert, sea o no autoestado del operador Q .

Los operadores $T(\Lambda)$ constituyen un grupo, definido por todos los valores posibles del parámetro Λ . Estos valores son números reales, contenidos en el intervalo $[0, 2\pi]$, y cumplen que $T(0) = T(2\pi)$. Como el intervalo de valores de los parámetros es un intervalo compacto (cerrado y acotado), el grupo también es un grupo compacto. En particular, el grupo de los operadores $T(\Lambda) = e^{-iQ\Lambda}$ es el grupo $U(1)$, de transformaciones unitarias en una dimensión.

El operador Q se denomina el generador del grupo, ya que describe las transformaciones del grupo cuando el parámetro es muy pequeño: $T(d\Lambda) = \mathcal{I} - iQ d\Lambda$. Los autoestados de Q con autovalores concretos q , dan lugar a representaciones particulares de los operadores $T(\Lambda)$, de forma que a cada operador se le hace corresponder una matriz unitaria 1×1 , dada por $e^{-iq\Lambda}$.

Si el hamiltoniano que describe un sistema conmuta con el operador Q , entonces también debe hacerlo con todos los operadores $T(\Lambda)$.

En teoría cuántica de campos, describimos los fermiones de espín $1/2$ con operadores $\psi(x)$ que aniquilan fermiones y crean antifermiones en un punto x . Si los fermiones tienen carga q , entonces las transformaciones del grupo, actuando sobre los operadores $\psi(x)$, dan lugar a

$$\psi(x) \rightsquigarrow T(\Lambda)\psi(x)T(-\Lambda) = e^{iq\Lambda}\psi(x). \quad (7.2)$$

Análogamente, $\bar{\psi}(x) \rightsquigarrow e^{-iq\Lambda}\bar{\psi}(x)$.

La densidad lagrangiana de partículas con espín $\frac{1}{2}$ viene dada en unidades naturales por

$$\mathcal{L}_f = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi(x). \quad (7.3)$$

Si el parámetro Λ es independiente de la posición y el tiempo, o sea, es independiente de x (transformaciones gauge globales) entonces la densidad lagrangiana \mathcal{L}_f es invariante frente a las transformaciones dadas por $T(\Lambda)$. Los campos $\psi(x)$, $\bar{\psi}(x)$ cambian, con fases opuestas, pero \mathcal{L}_f queda invariante: $\mathcal{L}_f \rightsquigarrow \mathcal{L}_f$.

Transformaciones gauge locales y campo gauge

Cabe discutir ahora si, para las transformaciones determinadas por una cantidad realmente conservada, es suficiente considerar transformaciones en las que el parámetro Λ sea estrictamente independiente de x . Imaginemos que se hacen transformaciones para un

sistema de partículas en las que una está en la tierra, y otra en la luna. Sabemos, por la teoría de la relatividad, que no debe haber relaciones causales instantaneas entre sucesos separados. Por tanto, cabría esperar que pudieran hacerse transformaciones en las que el parámetro $\Lambda(x)$ pudiera depender, arbitrariamente, de la posición y el tiempo. Estas son las que se denominan transformaciones gauge locales. Si ese es el caso, el término ∂_μ hace que la densidad lagrangiana deje de ser invariante, de forma que se tiene

$$\mathcal{L}_f \rightsquigarrow \mathcal{L}_f - j^\mu(x) \partial_\mu \Lambda(x) \quad (7.4)$$

donde

$$j^\mu(x) = q \bar{\psi}(x) \gamma^\mu \psi(x) \quad (7.5)$$

es el operador corriente. Este operador puede expresarse en términos del operador Q , que es generador del grupo de las transformaciones gauge, ya que q son los autovalores de Q . Aparece en la densidad lagrangiana un término proporcional a las derivadas del escalar $\Lambda(x)$. Sin embargo, existen campos $A_\mu(x)$ en la naturaleza cuyas consecuencias observables no se modifican si se les añaden las derivadas de un escalar. Por tanto, podemos introducir un campo A_μ , de tal manera que frente a las transformaciones gauge locales, se modifique de forma que

$$A_\mu(x) \rightsquigarrow A_\mu(x) + \frac{1}{e} \partial_\mu \Lambda(x) \quad (7.6)$$

donde e es una constante arbitraria, que no debe confundirse con la base de los logaritmos neperianos. Los campos que se transforman de esta manera frente a transformaciones gauge locales se llaman campos gauge.

Puede modificarse la densidad lagrangiana, introduciendo un acoplamiento entre los fermiones y el campo gauge, de forma que tenemos La densidad lagrangiana de partículas con espín 1/2 viene dada por

$$\mathcal{L}_{fA} = \bar{\psi}(x) (i\gamma^\mu (\partial_\mu - ieQ A_\mu(x)) - m) \psi(x) = \mathcal{L}_f + ej^\mu(x) A_\mu(x). \quad (7.7)$$

La modificación que se hace es cambiar el operador derivada ∂_μ , por la llamada "derivada covariante gauge",

$$D_\mu = \partial_\mu - ieQ A_\mu(x), \quad (7.8)$$

en la que aparece explícitamente el campo gauge A_μ . El efecto de esta introducción es que el lagrangiano que incluye a los fermiones y a su acoplamiento con el campo gauge resulta invariante frente a transformaciones gauge locales:

$$\mathcal{L}_{fA} \rightsquigarrow \mathcal{L}_{fA}. \quad (7.9)$$

La densidad lagrangiana de la electrodinámica cuántica

El campo gauge $A_\mu(x)$ introducido para preservar la invariancia frente a transformaciones gauge locales debe, a su vez, estar gobernado por una densidad lagrangiana \mathcal{L}_A que dependa del campo $A_\mu(x)$ y sus derivadas. Esa densidad lagrangiana debe ser invariante frente a transformaciones gauge locales. Eso implica que la expresión de \mathcal{L}_A debe ser tal que, cuando cambiamos el campo $A_\mu(x) \rightsquigarrow A_\mu(x) + \frac{1}{e}\partial_\mu\Lambda(x)$, \mathcal{L}_A no se modifica. Para ello, podemos considerar que el tensor antisimétrico de las derivadas de $A_\mu(x)$,

$$F_{\mu\nu}(x) = \partial_\mu A_\nu(x) - \partial_\nu A_\mu(x) \quad (7.10)$$

resulta invariante frente a transformaciones gauge locales. En el electromagnetismo clásico, $A_\mu(x)$ corresponde a las cuatro componentes del cuadripotencial, mientras que $F_{\mu\nu}(x)$ corresponde a las seis componentes dadas por el campo eléctrico \vec{E} y el campo magnético \vec{B} . El cuadripotencial puede modificarse añadiendo las derivadas de una función escalar arbitraria, pero esto no afecta a los campos eléctrico y magnético. A partir de este hecho, tenemos que, para un campo gauge, la densidad lagrangiana, para que sea invariante frente a transformaciones gauge locales, e invariante de Lorentz, debe ser

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}(x)F^{\mu\nu}(x). \quad (7.11)$$

El factor $\frac{1}{4}$ surge para tener la normalización adecuada de los campos en segunda cuantización. Debe notarse que no puede añadirse un término $m_A^2 A_\mu(x)A^\mu(x)$ a la densidad lagrangiana, ya que ese término violaría la invariancia frente a transformaciones gauge locales, ya que no sería invariante frente a las transformaciones $A_\mu(x) \rightsquigarrow A_\mu(x) + \frac{1}{e}\partial_\mu\Lambda(x)$. Por tanto, el bosón asociado al campo gauge A_μ no tiene masa.

Combinando los elementos obtenidos, deducimos que la densidad lagrangiana compatible con transformaciones gauge locales descritas por el grupo $U(1)$, que provienen de la conservación de la carga eléctrica, es

$$\mathcal{L}_{QED} = \mathcal{L}_{fA} + \mathcal{L}_A = \mathcal{L}_f + ej^\mu(x)A_\mu(x) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}(x)F^{\mu\nu}(x). \quad (7.12)$$

7.2.2. Esquema general de las teorías gauge locales

- Cada teoría gauge local está relacionada con un grupo de simetría. Un grupo de simetría es un conjunto de transformaciones que dejan invariante la densidad lagrangiana de un sistema.

- Los fermiones que sienten la interacción forman una representación irreducible del grupo. Eso quiere decir que las transformaciones del grupo pueden cambiar unas partículas en otras, pero no hay ningún estado (combinación de partículas) que permanezca invariante frente a las transformaciones del grupo.
- La interacción se produce por el intercambio de partículas, llamadas bosones gauge, de los que hay uno por cada generador del grupo. Los generadores del grupo son los operadores que describen las transformaciones del grupo próximas a la identidad.
- Los bosones gauge tienen siempre espín uno, y masa cero, aunque pueden adquirir masa por el mecanismo de Higgs de ruptura espontánea de la simetría.
- La intensidad de la interacción viene determinada por una o varias constantes de acoplo, que constituyen los únicos parámetros libres de la teoría.
- El acoplamiento de los bosones gauge con los fermiones que sienten la interacción viene determinado a través del acoplamiento del campo asociado a los bosones gauge con la corriente asociada a los fermiones.
- La corriente asociada a los fermiones, para cada campo gauge, viene determinada por la matriz que caracteriza al generador en la representación del grupo.
- Los términos de interacción de los bosones gauge entre sí aparecen si el grupo no es abeliano, es decir, si los generadores del grupo no conmutan.

Teoría Gauge	QED	QCD	EW
Grupo	U(1)	SU(3)	SU(2) × U(1)
Transformación	$f \rightsquigarrow e^{iq\phi} f$	$(r, v, a) \rightsquigarrow [3 \times 3](r, v, a)$	$(e, \nu) \rightsquigarrow [2 \times 2](e, \nu)$ $(u, d') \rightsquigarrow [2 \times 2](u, d')$
Generador	Q	λ^a (8)	$I, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$
Campos Gauge	A^μ	A_a^μ (8)	$C^\mu, W_1^\mu, W_2^\mu, W_3^\mu$
Constantes de acoplo	e	g_s	g', g
Campos (tras Higgs)			$A^\mu, W^\mu, (W^\mu)^*, Z^\mu$
Constantes (tras Higgs)			e, g_w, g_z
Bosones gauge	γ (fotón)	gluones (8)	γ, W^+, W^-, Z^0
Corrientes	j_μ	j_μ^a	$j_\mu, j_\mu^+, j_\mu^-, j_\mu^0$
Interacciones	$e j_\mu A^\mu$	$g_s \sum_a j_\mu^a A_a^\mu$	$e j_\mu A^\mu + \frac{g_w}{\sqrt{2}} (j_\mu^+ W^\mu + j_\mu^- (W^\mu)^*) + g_z j_\mu^0 Z^\mu$

7.3. Interacciones

7.3.1. Cromodinámica Cuántica

La interacción de color está descrita por la cromodinámica cuántica (QCD). La QCD es una teoría gauge local que proviene de exigir que el lagrangiano sea invariante frente a transformaciones gauge locales del grupo $SU(3)$. Estas transformaciones cambiarían el campo correspondiente a un quark de cada color determinado en combinaciones de campos de los tres colores.

$$\begin{pmatrix} r \\ v \\ a \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \delta & \epsilon & \rho \\ \mu & \nu & \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ v \\ a \end{pmatrix} \quad (7.13)$$

La matriz de la transformación es una matriz $3 \cdot 3$, que debe ser unitaria y con determinante 1. Estas son las características del grupo SU(3).

Las matrices del grupo SU(3) pueden expresarse en función de ocho generadores, que pueden tomarse como las matrices siguientes, llamadas matrices de Gell-Mann:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i \\ 0 & -i & 0 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} 0 & i & 0 \\ -i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sqrt{1/3} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{1/3} & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{4/3} \end{pmatrix} \quad (7.14)$$

El lagrangiano de interacción entre los quarks y los gluones viene dado por:

$$\mathcal{L}^c = g_s \sum_a j_\mu^a(x) A_a^\mu(x) \quad (7.15)$$

donde g_s es una constante que da la intensidad de la interacción de color; $A_a^\mu(x)$ es el campo que crea o aniquila gluones de tipo a . Hay ocho tipos de gluones, por lo que a toma valores desde 1 hasta 8. El campo $A_a^\mu(x)$ es un cuadrivector. Por tanto, los gluones son partículas de espín uno. La corriente $j_\mu^a(x)$ es un operador que cambia el color de los quarks, pero no modifica su sabor. Su expresión es

$$j_\mu^a(x) = \frac{1}{2} \sum_{ijk} \bar{\psi}_{ik}(x) \gamma_\mu \psi_{jk}(x) (\lambda^a)_{ij} \quad (7.16)$$

donde i, j son los colores de los quarks, por lo que toman los valores r, v, a , y k indica el sabor de los quarks, que puede ser u, d, s, c, b, t . El operador $\psi_{jk}(x)$ aniquila un quark de color j y sabor k , o bien crea un antiquark de color \bar{j} y sabor \bar{k} . El operador $\bar{\psi}_{ik}(x)$ crea un quark de color i y sabor k , o bien aniquila un antiquark de color \bar{i} y sabor \bar{k} . λ^a son ocho matrices 3×3 , llamadas matrices de Gell-Mann, que corresponden a la representación fundamental de los generadores del grupo SU(3).

El único parámetro de la cromodinámica cuántica es el valor de la constante g_s . Esta “constante”, debido al efecto de la renormalización, toma valores efectivos que dependen de

la energía. A energías bajas, del orden del MeV, la constante $\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}$ se hace comparable con la unidad, con lo que su valor no puede determinarse con precisión por procedimientos perturbativos. A energías del orden de la masa de la partícula τ (1.777 GeV), $\alpha_s \simeq 0.35$, con lo cual $g_s \simeq 2.1$. Sin embargo, a energías del orden de la masa de la Z^0 (90 GeV), $\alpha_s = 0.1184(8)$, con lo que $g_s = 1.22$. El hecho de que la constante g_s aumente su valor conforme disminuye la energía está relacionado con que la interacción fuerte aumenta conforme aumenta la distancia de las partículas coloreadas. Esto lleva al confinamiento del color.

Los gluones interactúan entre sí, debido a que el grupo $SU(3)$ no es abeliano. Esta interacción provoca el confinamiento del color, por el que sistemas coloreados (quarks o gluones) no pueden aparecer libremente en la naturaleza. Solamente bariones y mesones pueden aparecer en la naturaleza, aunque también se ha predicho que podrían existir sistemas formados sólo por gluones (glueballs). La QCD es la responsable de las propiedades de los hadrones, y de las interacciones fuertes entre ellos. No obstante, la no validez del tratamiento perturbativo para la QCD a energías bajas (1 GeV) dificulta la predicción de las propiedades de los hadrones a partir de la QCD. No obstante, los cálculos no perturbativos de QCD en un espacio-tiempo discretizado, llamados QCD en el retículo o "Lattice QCD", avanzan en la descripción de las masas y otras propiedades de los hadrones.

7.3.2. Teoría Electrodébil

La teoría electrodébil (EW) unifica la interacción electromagnética y la interacción débil. La EW es una teoría gauge local que proviene de exigir que el lagrangiano sea invariante frente a transformaciones del gauge locales del grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$. El grupo $SU(2)$ actúa solamente sobre los fermiones que tienen quiralidad negativa, por lo que se representa por $SU(2)_L$. Por ejemplo, cambiaría un electrón con quiralidad negativa por una combinación de electrón con quiralidad negativa y un neutrino con quiralidad negativa. Igualmente, cambiaría un quark u con quiralidad negativa por una combinación de quarks u y d' con quiralidad negativa. Las transformaciones de $SU(2)_L$ no modifican electrones o quarks con quiralidad positiva. El grupo $U(1)_Y$ actúa sobre quarks y leptones, induciéndoles una fase $\exp(iY\theta)$, donde la hipercarga Y es un número cuántico que depende de cada partícula y de su quiralidad. En términos generales, las transformaciones de $SU(2)_L \times U(1)_Y$ pueden describirse por

$$\begin{pmatrix} e \\ \nu \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \delta & \epsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e \\ \nu \end{pmatrix}. \quad (7.17)$$

Las matrices del grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ pueden expresarse en función de cuatro gene-

radores, que pueden tomarse como las matrices siguientes, que son la unidad para $U(1)_Y$ y las tres matrices de Pauli para $SU(2)$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (7.18)$$

La interacción electrodébil viene determinada por dos constantes de acoplo g' y g . Esto ocurre porque el generador de $U(1)_Y$, conmuta con los generadores de $SU(2)_L$. En la EW aparecen cuatro campos gauge, asociados a los generadores anteriores. Estos campos, $C^\mu, W_1^\mu, W_2^\mu, W_3^\mu$ inicialmente, tienen espín 1 y masa cero.

Los campos Gauge se acoplan al campo de Higgs, y como efecto de dicho acoplamiento, aparecen, a energías bajas, en las que el campo de Higgs toma un valor de expectación en el vacío no nulo $\langle \phi(x) \rangle = \eta$, términos cuadráticos en los campos $C^\mu, W_1^\mu, W_2^\mu, W_3^\mu$. Si se diagonalizan estos términos cuadráticos, aparecen nuevos campos gauge, combinaciones de los anteriores, cada uno con su término cuadrático, que corresponde a una masa efectiva debidas al acoplamiento con el valor de expectación del campo de Higgs. Estos nuevos campos gauge son:

- Un campo sin masa, representado por A^μ , que se identifica con el campo electromagnético. Este campo lleva asociada una constante de acoplo $gg'/\sqrt{g^2 + g'^2}$, que se identifica con la constante e . La partícula asociada con este campo es el fotón. La interacción de este campo con los fermiones viene dada por la densidad lagrangiana

$$\mathcal{L}^{em} = ej_\mu(x)A^\mu(x) \quad (7.19)$$

donde la corriente electromagnética $j_\mu(x)$ es la suma de una corriente electromagnética leptónica y una hadrónica (asociada a los quarks).

- Dos campos conjugados $W^\mu, (W^\mu)^*$, con una masa dada por $m(W) = g\eta/2$, que se asocian a los bosones vectoriales W^+ y W^- . Estos campos llevan asociadas una constante de acoplo g , que se identifica con la de la interacción débil g_w . La interacción de estos campos con los fermiones viene dada por la densidad lagrangiana

$$\mathcal{L}^w = \frac{g_w}{\sqrt{2}} (W^\mu(x)j_\mu^+(x) + (W^\mu(x))^*j_\mu^-(x)) \quad (7.20)$$

donde las corrientes débiles cargadas $j_\mu^\pm(x)$ son la suma de una corriente leptónica (que convierte, por ejemplo, electrón en neutrino) y una corriente hadrónica (que convierte, por ejemplo, quarks u en quarks d).

- Un campo Z^μ , con una masa dada por $m(Z) = \sqrt{g^2 + g'^2}\eta/2$, al que se asocia una nueva partícula neutra Z^0 . Este campo lleva asociada una constante de acoplo $g_z = \sqrt{g^2 + g'^2}$, que se identifica con una nueva interacción débil asociada a corrientes neutras. Esta interacción viene dada dada por la densidad lagrangiana de interacción:

$$\mathcal{L}^{w0} = g_z j_\mu^0(x) Z^\mu(x) \quad (7.21)$$

donde la corriente débil neutra es una suma de corrientes debidas a los quarks, a los leptones cargados y a los neutrinos.

La corriente neutra debida a los neutrinos da la contribución principal del decaimiento de la Z^0 . A partir de la anchura de esta partícula, puede deducirse el número de neutrinos que existen en la naturaleza, y este resulta que es 3. Este argumento indica que no se esperan nuevas generaciones de quarks y leptones, que contengan partículas ligeras, con masa inferior a la mitad de la Z_0 .

La interacción electrodébil viene determinada por dos constantes g, g' . Los valores de estas constantes, evaluados para $E \simeq 100 GeV$, son $g = 0.65185$ y $g' = 0.35744$. A partir de estas constantes puede obtenerse la constante electromagnética e , la constante de la interacción débil con corrientes cargadas g_w , y la constante de la interacción débil con corrientes neutras g_z .

7.4. El bosón de Higgs

Las Teorías Gauge locales no permiten que los bosones gauge tengan una masa intrínseca. No pueden introducirse términos cuadráticos en el lagrangiano de los campos gauge, ya que esto violaría la simetría gauge local.

No obstante, si todo el espacio estuviera ocupado por un campo escalar, que, a diferencia de los campos habituales, no tendiera a anularse a energía baja, las interacciones gauge de este campo con los bosones gauge, generarían términos que, a baja energía, darían una masa efectiva a los campos gauge.

El mecanismo de Higgs de ruptura espontánea de la simetría implica que los bosones gauge se acoplan a un campo escalar $\phi(x)$, que tiene la propiedad de que su energía es mínima cuando el campo escalar toma un valor diferente de cero $\phi(x)|_{min} = \eta$. Los términos de acoplamiento del campo de Higgs con el campo escalar aparecen, de forma efectiva a bajas energías, como términos cuadráticos que dan lugar a la masa de los bosones gauge, de forma que dejan sin masa a uno (el fotón) y dan masa a los otros tres, de forma que $m(W^\pm) = g\eta/2$, $m(Z^0) = \sqrt{g^2 + g'^2}\eta/2$. El valor del campo escalar η que

hace mínima la energía viene completamente determinado por la constante de Fermi, G_F , y corresponde a $\eta = 246$ GeV. A partir de aquí, pueden obtenerse los valores de las masas de los bosones W^\pm y Z^0 , que están en muy buen acuerdo con los valores experimentales $m(W^\pm)c^2 = 80.377(12)$ GeV y $m(Z^0)c^2 = 91.1876(21)$ GeV.

No obstante, si este mecanismo es correcto, debe aparecer una nueva partícula de espín cero, llamada bosón de Higgs, descrita por un campo que describe las desviaciones del campo escalar con respecto al valor esperado en el vacío, $h(x) = \phi(x) - \eta$. Esta partícula, que debe ser neutra y tener espín cero, es necesaria para que tenga sentido el mecanismo de Higgs, que es el que dota de masa a los bosones W^\pm y Z^0 . El 14 de abril de 2013), se anunció en el CERN el descubrimiento de una nueva partícula neutra, de masa 125,09 GeV, con las propiedades del bosón de Higgs. Se confirmó posteriormente que esta partícula tiene espín cero.

Las medidas actuales (2023) indican un valor de la masa de 125,25(17) GeV. En la figura 7.1 se muestra la evidencia del bosón de Higgs en el canal de dos fotones. Se ha comprobado que el bosón de Higgs se acopla con los quarks más pesados (top y bottom), según predice el modelo estandar. También se acopla, de la forma prevista por el modelo estándar, a los bosones W^\pm y Z^0 , y al leptón τ . Incluso hay evidencias de acoplamientos al quark charm y al muón, consistentes con el modelo estándar.

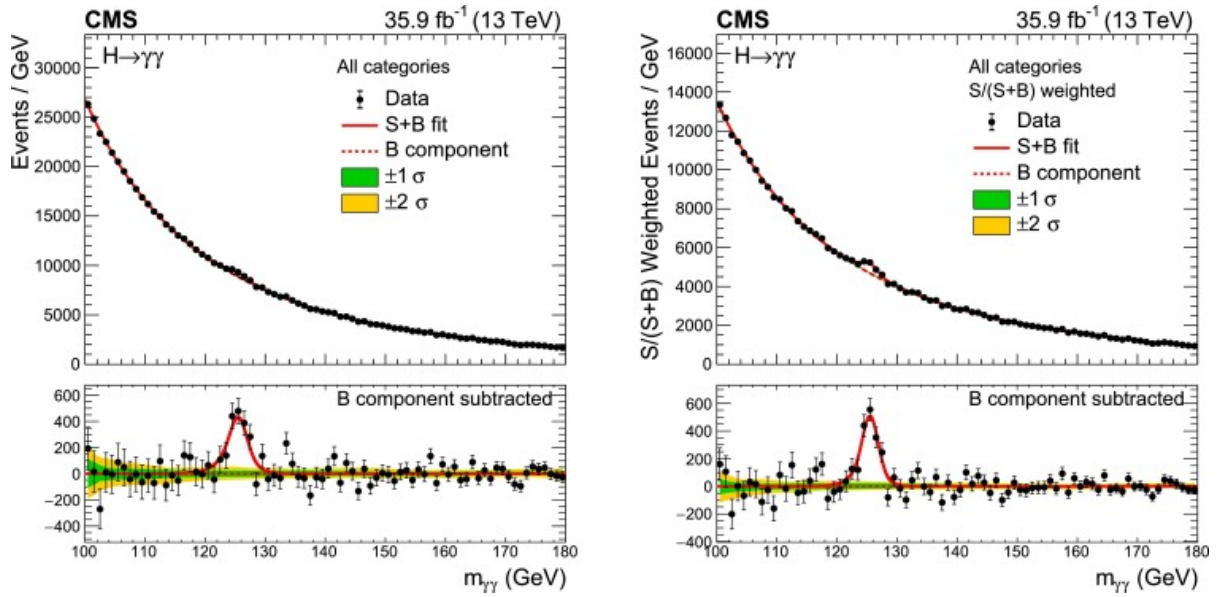


Figura 7.1: Evidencias del bosón de Higgs en el canal de dos fotones. Los resultados son de la colaboración CMS en 2020, con dos procedimientos para el filtrado de datos.

Epílogo

Este libro enfatiza el modelo estándar, como una descripción consistente, hermosa y precisa de la naturaleza, que explica un gran número de resultados experimentales obtenidos en los últimos 100 años. No obstante, el modelo estándar no pretende ser la teoría final de la naturaleza. El modelo estándar es, más bien, una base sólida, de la cual puede partirse para profundizar en el conocimiento de la naturaleza. Mostramos aquí algunas preguntas que el lector de este libro puede plantearse, aunque la respuesta exceda de su contenido.

Hemos visto que QCD es la teoría básica de la interacción fuerte. ¿Qué fenómenos surgen de la QCD, en el régimen no perturbativo? ¿Por qué protones y neutrones tienen una masa grande, aún estando compuestos de quarks muy ligeros? ¿Existen estados de la materia, compuestos de quarks y gluones, diferentes a los bariones y mesones conocidos? ¿Cómo es la estructura del vacío, cuando se tienen campos de quarks y gluones fuertemente interaccionantes? ¿Se rompen en el vacío simetrías presentes en el lagrangiano de la QCD?

El modelo estándar incluye seis tipos de quarks, y seis tipos de leptones. Quarks y leptones sienten todos la interacción electrodébil, que es universal, y tienen diferentes masas. ¿Por qué los quarks y leptones, que aparecen en la naturaleza con masas definidas, no corresponden a los autoestados de la interacción electrodébil? ¿Cuál es el origen de la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa que da esta relación? ¿De dónde salen los cuatro parámetros de esta matriz, cuyos valores no explica el modelo estándar? ¿De dónde salen los valores de las masas de los seis quarks y los tres leptones cargados? ¿Pueden estas masas aparecer como resultado del acoplamiento del campo de Higgs, como es el caso de las masas de los bosones gauge? ¿Puede el modelo estándar explicar la violación de CP que sugiere nuestro universo, dominado por la materia?

El modelo estándar, en su formulación canónica, contiene solamente neutrinos con quiralidad negativa, y por tanto, sin masa. No obstante, sabemos que los neutrinos tienen masa, aunque muy pequeña. ¿Por qué los neutrinos tienen masa? ¿Por qué esa masa es tan pequeña? ¿Por qué los neutrinos libres son diferentes a los que se acoplan a los leptones cargados e, μ, τ ? ¿Son los neutrinos partículas de Dirac, o partículas de Majorana, que no

conservan el número leptónico? ¿Pueden existir neutrinos de quiralidad positiva?

La estructura del modelo estándar, $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$, no predice una relación entre las cargas eléctricas de quarks y leptones. ¿Por qué las cargas de los leptones son múltiplos de las cargas de los quarks, permitiendo que los átomos sean estrictamente neutros? ¿Pueden unificarse las interacciones fuerte y electrodébil, de la misma forma que se unificaron la débil y la electromagnética? ¿Podría estar descrita la naturaleza por una simetría gauge más amplia, de la que $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ fuera un subgrupo? ¿Podrían ser los bosones gauge que conocemos un subconjunto de un sistema de bosones, generadores del grupo más amplio? ¿Podrían los quarks convertirse en leptones, y viceversa? ¿Podría no conservarse, por separado, el número bariónico y el leptónico? ¿Podría el protón ser inestable?

La evidencia cosmológica indica que existe materia oscura, que no siente la interacción fuerte o electromagnética. ¿Podría haber otras partículas estables, diferentes a las predichas por el modelo estándar? ¿Cómo se extendería el modelo estándar para acomodar estas partículas?

Finalmente, queda el sueño de encontrar una descripción unificada para todas las interacciones, incluida la gravitatoria. ¿Puede unificarse la interacción gravitatoria, con las demás (fuerte y electrodébil)?

No es este epílogo el lugar para responder estas preguntas, pero sí puede ser un lugar idóneo para dejarlas planteadas. Esto delimita para el lector el perímetro de conocimiento que este libro aporta, así como el intrigante y fascinante panorama que queda más allá.



Joaquin Gómez Camacho es catedrático de Física Atómica, Molecular y Nuclear de la Universidad de Sevilla. Ha impartido la asignatura de Física de Partículas y, posteriormente, Física Nuclear y de Partículas durante los últimos 30 años. Su campo de investigación es la Física Nuclear, tanto teórica, experimental y aplicada. Ha sido, durante 10 años, director del Centro Nacional de Aceleradores.

Este libro pretende acompañar al estudiante, que parte de conocimientos someros de física cuántica y física nuclear, y proporcionarle los hechos experimentales, conceptos físicos y formalismos teóricos necesarios para entender la situación actual de la física de partículas.

Se parte del Paradigma de la Física Moderna (1930) en el que se tratan protones, neutrones y electrones, con interacciones en el marco de una teoría cuántica no relativista. A continuación, se introduce el Paradigma de Transición (1960) en el que aparecen bariones, mesones y leptones, con interacciones descritas en teoría cuántica de campos. Finalmente, se llega al Modelo Estándar (1975), que explica todas las partículas y sus propiedades con 6 quarks, 6 leptones, 4 tipos de bosones gauge y el bosón de Higgs. Las interacciones surgen del grupo de simetría, $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$.